

# THESE

*pour l'obtention du grade de*

## DOCTEUR

*de*

L'UNIVERSITE PARIS-EST

Discipline : Génie civil

*présentée par*

NGUYEN Quoc Bao

Fiabilité des installations industrielles sous impact de  
fragments de structures – Effet Domino

*Soutenance : 20 mai 2009*

*devant le jury composé de*

A. CHATEAUNEUF	Rapporteur
H. COUQUE	Examineur
V. COZZANI	Rapporteur
U. HAUPTMANN	Rapporteur
A. MEBARKI	Directeur de thèse
F. MERCIER	Examineur



*à mes parents*  
*à ma femme*



*« Everything is easy with a smile ! »*



# REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée au sein du laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME FRE3160 CNRS) à l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée, en collaboration avec l'INERIS.

J'exprime toute ma profonde reconnaissance à Monsieur Ahmed Mébarki, mon directeur de thèse, pour sa gentillesse, ses conseils et son aide scientifique. Il m'a transmis, pas à pas, les compétences ainsi que la passion pour ce travail. Sans lui cette thèse n'aurait sûrement jamais abouti.

J'adresse également tous mes remerciements à Monsieur Frédéric Mercier, mon tuteur industriel. Sans lui, cette collaboration n'aurait jamais réussi. Je remercie ici encore Messieurs Ahmed Mébarki et Frédéric Mercier pour leur rigueur envers moi pendant ce travail. Grâce à eux, j'ai parachevé cette thèse avec succès.

Je tiens également à remercier Messieurs Ramdane Ami Saada et Mathieu Reimeringer pour leur gentillesse, leur disponibilité et leurs conseils scientifiques.

Je remercie très chaleureusement Messieurs Alaa Chateaneuf, Valerio Cozzani et Ulrich Hauptmanns pour tout l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux en acceptant d'en être les rapporteurs, ainsi que Monsieur Hervé Couque pour avoir accepté de participer au jury.

J'adresse toute ma gratitude à Monsieur Guy Bonnet, le directeur adjoint du laboratoire MSME, qui m'a accueilli dans un environnement de recherche jeune et dynamique.

Je voudrais adresser mes remerciements à tous les membres du laboratoire MSME, qui étaient des collègues en début de thèse mais des amis maintenant. Les souvenirs avec vous sont à jamais gravés dans mon cœur. Quel beau laboratoire !

Je remercie de tout mon cœur ma famille qui m'a donné son soutien, son amour pendant mes études en France. Merci enfin à Huong Thao pour son amour et sa patience.





# RESUME

La plupart des sites industriels abritent des équipements et des réservoirs sous pression. Pour des raisons diverses (surpression, impact mécanique, surchauffe ou autre), ils peuvent être endommagés et même éclater. Cette explosion peut engendrer de nombreux projectiles. Au cours de leur vol, ces derniers peuvent impacter d'autres équipements, tels que des réservoirs sous pression ou d'autres installations sensibles (poste de commande, par exemple). Si une des cibles impactées subit une ruine mécanique, elle peut exploser et générer une nouvelle série de projectiles. Ces projectiles menacent, à leur tour, d'autres installations et ainsi de suite. Ce type d'enchaînement accidentel catastrophique est connu sous le nom d'*effet domino* ou de *suraccident*. Dans ce document, l'effet domino pouvant se produire sur des sites industriels est analysé au travers des projections produites par l'accident initial. Une approche probabiliste globale est ainsi développée dans laquelle le calcul de la probabilité d'occurrence du phénomène requiert le passage par quatre étapes :

- *Analyse des termes sources* : Les projectiles générés par l'explosion d'un réservoir ont différentes caractéristiques, à savoir le nombre de projectiles, la forme, la masse, la vitesse de départ et les angles de départ. Toutes ces grandeurs sont modélisées par des variables aléatoires. A l'aide du principe du maximum d'entropie et des données existantes, des distributions probabilistes sont développées pour toutes ces variables. On se limite, cependant, au cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique ou sphérique.
- *Analyse de l'impact ou analyse du mouvement* : La trajectoire d'un projectile (ou fragment de structure), en fonction de ses caractéristiques de départ, est décrite par une combinaison des effets d'inertie, de gravitation et d'aérodynamique. Une approche simplifiée faisant l'hypothèse de constance des coefficients aérodynamiques permet d'identifier analytiquement la trajectoire du projectile tandis qu'une solution numérique est obtenue par une approche complète où toutes les valeurs de ces coefficients sont prises en compte. Les mouvements de translation et de rotation sont également étudiés. A l'aide de l'analyse complète et des conditions d'impact, la probabilité d'impact est déterminée. L'étude est restreinte à des projectiles en forme de fond de réservoir, fond oblong de réservoir et plaque. Les formes des cibles de l'étude sont restreintes au cas ellipsoïdal, cylindrique et cubique.
- *Analyse de l'état des cibles impactées* : Dans un premier temps, des modèles simplifiés d'impact sont utilisés afin d'étudier l'interaction mécanique entre les projectiles et les réservoirs impactés. Un modèle mécanique complet comprenant une loi de comportement élasto-plastique et un modèle de rupture est également proposé. Ce modèle est ensuite implémenté dans un code de calcul sans maillage de type SPH, i.e. Smoothed Particle Hydrodynamics. Afin d'estimer la probabilité de rupture des réservoirs impactés, les modèles simplifiés sont mis en œuvre, ce qui permet de réduire le coût de calcul.
- *Occurrence du sur-accident* : Selon l'état mécanique résiduel de la cible et son état physique (conditions thermodynamiques, niveau de remplissage, etc.), l'impact de projectiles peut conduire à la poursuite du phénomène. Ce dernier point n'est pas traité dans le document présenté.

# ABSTRACT

Industrial facilities, such as vessels under pressure, might be damaged by explosions caused by an overpressure, an exterior mechanical impact or an overheating, for instance. In general, such explosions generate many structural fragments. During their flight, these projectiles may impact other facilities, such as vessels under pressure, in the vicinity. Under given conditions of pressure and mechanical damage, these impacted targets may explode and generate other sets of structural fragments, and so on. This kind of scenario corresponds to the so-called *domino effect*. In this document, the domino effect caused by projections that may occur in the industrial sites is analyzed with a stochastic framework. For this purpose, a global methodology is developed. The determination of the occurrence probability of this effect requires four steps:

- *Source terms analysis*: The structural fragments generated by vessels explosions have different features, i.e. number of fragments, shape, mass, departure velocity and departure angles. These features are considered as random variables. Based on the maximum entropy principle and according to existing data, the probabilistic distributions are developed for each variable. This study focuses on the case of explosions in cylindrical or spherical vessels.
- *Fragments motion and impact analysis*: According to the fragments features at their departure, the fragment trajectory is evaluated under the effects combined from the inertia, the gravitation and the aerodynamics. The simplified approach, under the hypothesis of constant aerodynamic coefficients, allows the analytical description of the trajectory whereas the numerical solutions are obtained for the complete approach when these coefficients vary. The translational as well as rotational movements are also considered. Monte Carlo simulations are performed in order to estimate the probability of impact. Three fragments shapes are considered: end-cap, oblong end-cap and plate. Three main shapes are investigated for the targets: ellipsoidal, cylindrical and cubic vessels.
- *Analysis of the mechanical behaviour of the impacted targets*: Simplified models are developed in order to study the mechanical interaction between the fragments and the impacted targets. A complete mechanical model, including elastic-plastic behaviour and a fissure model are also proposed. This model is then implemented in the mesh-free code (Smoothed Particles Hydrodynamics). In order to estimate the rupture probability of the impacted targets, the simplified models are used, reducing therefore the calculation duration.
- *Domino effect occurrence*: According to its residual bearing capacity and its internal physical conditions, the impacted target may give rise to a new sequence of explosions and fragments generation. This last point is not studied in this document.

# TABLE DES MATIERES

GLOSSAIRE.....	19
INTRODUCTION.....	21
CHAPITRE 1 EXPLOSIONS INDUSTRIELLES ET ANALYSE PROBABILISTE DE L'EFFET DOMINO.....	23
1.1. PROBLÉMATIQUE.....	23
1.2. RETOUR D'EXPÉRIENCE SUR DES ACCIDENTS MAJEURS .....	24
1.2.1. Accident de Feyzin, France .....	24
1.2.2. Accident de Mexico.....	25
1.2.3. Accident de Vishakhapatnam, Inde .....	25
1.2.4. Importance de l'analyse des accidents industriels.....	26
1.3. FORMALISATION DU PROBLÈME .....	27
1.4. ANALYSE DE LA PROBABILITÉ DE CRISE .....	29
1.5. CONCLUSIONS .....	30
CHAPITRE 2 TERMES SOURCES.....	31
2.1. MODES DE FRAGMENTATION.....	31
2.1.1. Cas du réservoir cylindrique.....	31
2.1.2. Cas du réservoir sphérique .....	32
2.2. VARIABLES ALÉATOIRES, MODÉLISATION PROBABILISTE ET SIMULATION .....	32
2.2.1. Nombre de projectiles.....	33
2.2.1.1. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique .....	33
a. Retour d'expériences et donnée d'accidents .....	33
b. Distribution de probabilité et informations disponibles.....	34
2.2.1.2. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique .....	40
2.2.2. Forme du projectile.....	41
2.2.2.1. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique .....	41
2.2.2.2. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique .....	42
2.2.3. Masse du projectile.....	42
2.2.3.1. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique .....	42
2.2.3.2. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique .....	43
2.2.4. Vitesse de départ.....	44
2.2.4.1. Modèle d'Aquaro .....	44
2.2.4.2. Modèle de Hauptmanns.....	44
2.2.4.3. Modèles de Baum.....	45
2.2.4.4. Modèle MSME-INERIS.....	46
a. Données expérimentales.....	46
b. Distribution de probabilité du facteur multiplicatif $\alpha$ .....	49
2.2.5. Angles de départ .....	51
2.2.5.1. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique .....	51
a. Angle horizontal de départ.....	51
b. Angle vertical de départ.....	52
2.2.5.2. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique .....	53
a. Angle horizontal de départ.....	53

b. Angle vertical de départ .....	55
2.2.5.3. Angles de départ du projectile .....	55
2.3. SIMULATION ET ANALYSE DE SENSIBILITÉ .....	56
2.4. CONCLUSION .....	58
CHAPITRE 3 ANALYSE DE L'IMPACT .....	60
3.1. CINÉMATIQUE DU PROJECTILE .....	60
3.1.1. Forces appliquées au projectile .....	60
3.1.1.1. Force de traînée .....	61
3.1.1.2. Force de portance .....	61
3.1.1.3. Coefficients de traînée et de portance .....	62
3.1.2. Description du mouvement d'un projectile .....	63
3.1.2.1. Modèle du mouvement de Hauptmanns .....	64
3.1.2.2. Modèle du mouvement de Gubinelli .....	64
3.1.2.3. Approche simplifiée du mouvement du projectile .....	66
a. Solutions analytiques .....	67
b. Quelques cas d'étude .....	70
3.1.2.4. Approche complète du mouvement du projectile .....	71
3.1.3. Typologie du projectile .....	71
3.2. IMPACT DU PROJECTILE SUR UNE INSTALLATION DONNÉE .....	74
3.2.1. Typologie de la cible .....	74
3.2.2. Analyse d'impact .....	76
3.2.2.1. Modèle analytique de Wang .....	76
3.2.2.2. Développement du modèle de Wang et réalisation numérique .....	77
3.2.3. Réduction du temps de calcul .....	77
3.3. PROBABILITÉ D'IMPACT .....	78
3.4. APPLICATIONS ET SIMULATIONS .....	79
3.4.1. Accident industriel et données expérimentales .....	79
3.4.2. Simulations numériques .....	80
3.4.3. Analyse de la sensibilité .....	84
3.5. CONCLUSIONS .....	85
CHAPITRE 4 ENDOMMAGEMENT .....	86
4.1. OBJECTIFS .....	86
4.2. APPROCHES POSSIBLES .....	86
4.3. MODÈLE SIMPLIFIÉ .....	87
4.3.1. Base de données expérimentales .....	87
4.3.2. Modèle simplifié avec un angle d'inclinaison nul .....	87
4.3.3. Modèle simplifié avec un angle d'inclinaison non nul .....	91
4.3.3.1. Modèle « Couronne circulaire » .....	91
4.3.3.2. Modèle « Couronne rectangulaire » .....	92
4.4. MODÈLE COMPLET .....	96
4.4.1. Méthode numérique SPH .....	96
4.4.1.1. Justification de l'emploi .....	96
4.4.1.2. Base de la méthode SPH .....	97
4.4.2. Loi de comportement mécanique .....	98
4.4.2.1. Loi d'écoulement .....	99
4.4.2.2. Loi d'écrouissage .....	99
4.4.2.3. Modèle de fissure .....	99

4.4.3. Exemple d'application .....	100
4.5. PROBABILITÉ DE RUPTURE .....	110
4.6. APPLICATION ET SIMULATION .....	111
4.6.1. Accident industriel et données expérimentales .....	111
4.6.2. Simulations numériques .....	112
4.7. CONCLUSIONS .....	113
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES .....	114
BIBLIOGRAPHIE .....	116
ANNEXE I DONNÉES ACCIDENTELLES .....	122
ANNEXE II PRINCIPE DU MAXIMUM D'ENTROPIE .....	135
II.1. ENTROPIE D'UNE VARIABLE ALÉATOIRE DISCRÈTE .....	135
II.1.1. Expression de l'entropie .....	135
II.1.2. Propriétés de l'entropie .....	136
II.2. ENTROPIE D'UNE VARIABLE ALÉATOIRE CONTINUE .....	136
II.2.1. Expression de l'entropie .....	136
II.2.2. Propriétés de l'entropie .....	136
II.3. PRINCIPE DU MAXIMUM D'ENTROPIE .....	136
II.3.1. Définition du principe du maximum d'entropie .....	136
II.3.2. Définition de l'information disponible .....	136
II.3.3. Construction de la densité de probabilité .....	137
ANNEXE III MÉTHODE SANS MAILLAGE SPH .....	138
III.1. EQUATIONS DE CONSERVATION .....	138
III.2. DÉVELOPPEMENT DES ÉQUATIONS FONDAMENTALES .....	138
III.2.1. Conservation de masse .....	139
III.2.2. Conservation de la quantité de mouvement .....	140
III.2.3. Conservation de l'énergie .....	141
III.3. FONCTION DU NOYAU .....	142
III.3.1. Choix de noyau .....	142
III.3.2. Dérivée du noyau au premier ordre .....	143
III.4. VISCOSITÉ ARTIFICIELLE .....	144
III.5. RECHERCHE DES PARTICULES VOISINES .....	145
III.5.1. Schéma direct (N-squared routine) .....	145
III.5.2. Linked-list .....	146
III.5.3. Kd-tree .....	147
III.6. LONGUEUR DE LISSAGE .....	147
III.7. TEMPS D'INTÉGRATION .....	147
III.7.1. Temps d'intégration .....	147
III.7.2. Schéma correctif .....	148
III.8. CONDITIONS AUX LIMITES .....	150
ANNEXE IV INTÉGRATION NUMÉRIQUE DE LA LOI DE COMPORTEMENT ....	152
IV.1. INTÉGRATION NUMÉRIQUE DE LA LOI DE COMPORTEMENT .....	152
IV.2. COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUE PARFAIT .....	154
IV.3. COMPORTEMENT ÉLASTO-PLASTIQUE ASSOCIÉ .....	154
IV.4. MODÈLE DE FISSURE DE JOHNSON-COOK .....	156

# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Accident de Flixborough, UK (1974).....	23
Figure 1.2. Accident de Feyzin, France (1966).....	24
Figure 1.3. Accident de Mexico, Mexique (1984).....	25
Figure 1.4. Accident de Vishakhapatnam, Inde (1997).....	26
Figure 1.5. Accidents industriels entre 1911 et 1995 [Lees F.P., 2005]. .....	26
Figure 1.6. Schéma global du suraccident [Mébarki A. et al., 2008b, 2009a].....	27
Figure 1.7. Cycle élémentaire de l'effet domino [Mébarki A. et al., 2008b].....	28
Figure 1.8. Séquences de l'effet domino [Mébarki A. et al., 2008b, 2009a] .....	29
Figure 2.1. Fragmentation lors de l'explosion d'un réservoir sphérique. ....	32
Figure 2.2. Génération des fragments en 2D et repères. ....	33
Figure 2.3. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 1.....	36
Figure 2.4. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 2.....	37
Figure 2.5. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 3.....	38
Figure 2.6. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 4.....	39
Figure 2.7. Formes des projectiles .....	41
Figure 2.8. Tirage aléatoire pour la forme du projectile généré par l'explosion d'un réservoir cylindrique. ....	41
Figure 2.9. Tirage aléatoire pour la forme du projectile généré par l'explosion d'un réservoir sphérique.....	42
Figure 2.10. Vitesse de départ du projectile [Aquaro D. et al., 1987]. ....	44
Figure 2.11. Essais de Baum (a) le réservoir bloqué horizontalement ; (b) le réservoir non bloqué horizontalement [Baum M.R., 1999b]. ....	45
Figure 2.12. Valeurs expérimentale et théorique du facteur $\alpha$ .....	51
Figure 2.13. Distribution expérimentale des projectiles (cas du réservoir sphérique) [Holden P.L., 1988]. ....	52
Figure 2.14. Distribution des angles de départ après l'explosion d'un réservoir sphérique. ...	53
Figure 2.15. Distribution des projectiles (cas du réservoir cylindrique) [Holden P.L., 1988].	54
Figure 2.16. Tirage aléatoire pour l'angle horizontal (cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique).....	55
Figure 2.17. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour le nombre de fragment. ....	57
Figure 2.18. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour la forme du projectile.....	57
Figure 2.19. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour l'angle horizontal de départ. .	58
Figure 2.20. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour le facteur multiplicatif.....	58
Figure 3.1. Description de la trajectoire du projectile.....	60
Figure 3.2. Forces s'exerçant sur le projectile. ....	61
Figure 3.3. Force de traînée s'exerçant sur le projectile [Milne-Thomson L.M., 1973].....	61
Figure 3.4. Force de portance s'exerçant sur le projectile [Milne-Thomson L.M., 1973].....	62
Figure 3.5. Valeurs expérimentales du coefficient de traînée .....	62
Figure 3.6. Valeurs expérimentales du coefficient de portance .....	63
Figure 3.7. Séquence de l'effet domino : génération des fragments, impact et interaction avec des cibles. ....	64
Figure 3.8. Résultat du modèle Hauptmanns : valeurs expérimentale et théorique .....	65
Figure 3.9. Trajectoire du projectile (Modèle de Gubinelli) [Gubinelli & al. 2004] .....	66



Figure 3.10. Trajectoire du projectile.....	67
Figure 3.11. Impact sur une plaque parallèle à la surface (xz).....	70
Figure 3.12. Impact sur une plaque parallèle à la surface (xy).....	70
Figure 3.13. Algorithme d'analyse de la trajectoire du projectile.....	72
Figure 3.14. Formes du projectile et axe principal.....	72
Figure 3.15. Description de la trajectoire du projectile et des angles de rotation.....	73
Figure 3.16. Rotation du projectile.....	74
Figure 3.17. Formes du réservoir.....	74
Figure 3.18. Description de la cible (cas d'un réservoir cylindrique).....	76
Figure 3.19. Impact entre deux ellipsoïdes.....	76
Figure 3.20. Enveloppes virtuelles autour du projectile et de la cible.....	78
Figure 3.21. Intervalle du temps <i>cible</i> .....	78
Figure 3.22. Algorithme des simulations de Monte Carlo déterminant la probabilité d'impact.....	79
Figure 3.23. Convergence de la probabilité d'impact.....	80
Figure 3.24. Trajectoires des 500 premiers projectiles.....	80
Figure 3.25. Comparaison de la répartition des projectiles obtenue numériquement avec celle observée sur le site industriel.....	81
Figure 3.26. Distribution de l'impact du projectile sur le sol vs. la distance de la source.....	81
Figure 3.27. Distribution des impact des projectiles au sol: zone de 600m de la source.....	82
Figure 3.28. Distribution des projectiles par secteur.....	82
Figure 3.29. Energies cinétiques à l'impact au sol.....	83
Figure 3.30. Distribution des énergies cinétiques à l'impact au sol pour chaque secteur [kJ].....	83
Figure 3.31. Positions des cibles pour l'analyse de la sensibilité.....	84
Figure 4.1. Plaque métallique impactée par un projectile cylindrique.....	87
Figure 4.2. Recherche du volume effectif plastifié par la perforation.....	88
Figure 4.3. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 1 : Lepareux</i> .....	89
Figure 4.4. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 2 : Neilson</i> .....	90
Figure 4.5. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 3 : Borvik</i> .....	91
Figure 4.6. Zone plastique autour du contact entre le projectile et la cible pour l'angle d'inclinaison non nul.....	92
Figure 4.7. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 4 : Bless</i> .....	96
Figure 4.8. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 5 : Bukharev</i> .....	96
Figure 4.9. Zone d'influence d'une particule et ses voisinages.....	97
Figure 4.10. Géométries initiales du projectile et de la cible.....	101
Figure 4.11. Simulation numérique de la perforation d'une cible à $v = 399,6$ m/s.....	102
Figure 4.12. Simulation numérique de la perforation d'une cible à $v = 303,5$ m/s.....	103
Figure 4.13. Simulation numérique de la perforation d'une cible à $v = 285,5$ m/s.....	104
Figure 4.14. Simulation numérique de la perforation d'une cible à $v = 244,2$ m/s.....	105
Figure 4.15. Simulation numérique de la perforation d'une cible à $v = 224,7$ m/s.....	106
Figure 4.16. Simulation numérique de la perforation d'une cible à $v = 200,4$ m/s.....	107
Figure 4.17. Vitesses du projectile initiales et celles après perforation de la cible.....	108
Figure 4.18. Perturbation dans la zone d'impact à 200,4 m/s.....	109

Figure 4.19. Perte des particules voisines .....	110
Figure 4.20. Algorithme des simulations de Monte Carlo déterminant la probabilité de rupture.....	111
Figure III.1. Activation de la viscosité artificielle. ....	145
Figure III.2. Algorithme du schéma direct.....	146
Figure III.3. Cellules des particules pour l'approche <i>linked-list</i> . ....	146
Figure III.4. Approche des particules virtuelles.....	150
Figure IV.1. Algorithme de résolution. ....	153

### Référence des figures

Figure 1.1 : <http://www.acusafe.com/Incidents/Flixborough1974/incident-flixborough1974.html>

Figure 1.3 : <http://www.acusafe.com/Incidents/MexicoCity1984/incident-mexicocity1984.html>

Figure 1.2 : [http://www.agoravox.fr/article.php3?id\\_article=5815](http://www.agoravox.fr/article.php3?id_article=5815), [INERIS, 2002b]

Figure 1.4 : <http://www.rediff.com/news/sep/16ap.htm>



# LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1. Fragmentation lors de l'explosion d'un réservoir cylindrique .....	31
Tableau 2.2. Caractéristiques du fragment .....	32
Tableau 2.3. Données disponibles pour le nombre de fragments.....	34
Tableau 2.4. Fréquence expérimentale pour le nombre de fragments. ....	36
Tableau 2.5. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 1. ....	36
Tableau 2.6. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 2. ....	37
Tableau 2.7. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 3. ....	38
Tableau 2.8. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 4. ....	39
Tableau 2.9. Erreurs de la p.d.f. du nombre de projectiles.....	40
Tableau 2.10. Multiplicateurs de Lagrange pour le nombre de fragments. ....	40
Tableau 2.11. Valeurs expérimentales de la vitesse.....	49
Tableau 2.12. Distribution probabiliste du facteur multiplicatif.....	50
Tableau 2.13. Distribution expérimentale par secteur pour l'angle horizontal de départ (cas du réservoir sphérique) [Holden P.L., 1988]. ....	52
Tableau 2.14. Récapitulation des termes sources.....	56
Tableau 3.1. Trajectoire du projectile pour la phase ascendante. ....	68
Tableau 3.2. Temps à la position culminante.....	69
Tableau 3.3. Trajectoire du projectile pour la phase descendante. ....	69
Tableau 3.4. Temps quand le projectile s'écrase sur le sol. ....	69
Tableau 3.5. Temps d'impact sur la cible (premier cas d'étude). ....	70
Tableau 3.6. Temps d'impact sur la cible (deuxième cas d'étude).....	71
Tableau 3.7. Géométrie des réservoirs.....	79
Tableau 3.8. Analyse de la sensibilité.....	84
Tableau 3.9. Résultats des simulations.....	84
Tableau 4.1. Récapitulation des séries d'essais collectées.....	87
Tableau 4.2. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 1 : Lepareux</i> .....	89
Tableau 4.3. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 2 : Neilson</i> .....	90
Tableau 4.4. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 3 : Borvik</i> .....	90
Tableau 4.5. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 4 : Bless</i> .....	94
Tableau 4.6. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la <i>série 5 : Bukharev</i> .....	95
Tableau 4.7. Caractéristique du projectile et de la cible. ....	100
Tableau 4.8. Propriétés du comportement élasto-plastique et du modèle de Johnson-Cook. ....	101
Tableau 4.9. Temps de rupture de la cible. ....	108
Tableau 4.10. Vitesse du projectile pendant la perforation de la cible. ....	108
Tableau 4.11. Données et résultats numériques pour l'analyse de l'état de la cible impactée. .....	112
Tableau 4.12. Résultats des simulations et probabilité de rupture.....	112
Tableau I.1. Type de fragments de l'éclatement d'un réservoir cylindrique de gaz.....	131

Tableau I.2. Nombre de projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique de gaz (avec feu), Tableau 3.3 [Holden P.L., 1988].	132
Tableau I.3. Nombre de projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique du gaz (sans feu), Tableau 3.4 [Holden P.L., 1988].	133
Tableau I.4. Distribution de projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique de gaz, Tableau 4.1 [Holden P.L., 1988].	134

# GLOSSAIRE

**Accident** : Événement non désiré, tel qu'une émission de substance toxique, un incendie ou une explosion résultant de développements incontrôlés survenus au cours de l'exploitation d'un établissement qui entraîne des conséquences/dommages vis à vis des personnes, des biens ou de l'environnement et de l'entreprise en général. C'est la réalisation d'un phénomène dangereux, combinée à la présence de cibles vulnérables exposées aux effets de ce phénomène [Glossaire, 2005].

**Accident majeur** : Un événement tel qu'une émission, un incendie ou une explosion d'importance majeure résultant de développements incontrôlés survenus au cours de l'exploitation d'un établissement couvert par la présente directive, entraînant pour la santé humaine, à l'intérieur ou à l'extérieur de l'établissement, et/ou pour l'environnement un danger grave, immédiat ou différé, et faisant intervenir une ou plusieurs substances dangereuses [Directive 96/82].

**Aléa** : Probabilité qu'un phénomène accidentel produise en un point donné des effets d'une intensité donnée, au cours d'une période déterminée. L'aléa est donc l'expression, pour un type d'accident donné, du couple (Probabilité d'occurrence \* Intensité des effets) [Glossaire, 2005].

**Analyse du risque** : Utilisation systématique d'informations pour identifier les phénomènes dangereux et pour estimer le risque [Glossaire, 2005].

**BLEVE** : (i.e. Boiling Liquid Expanding Vapour Explosion) Les gaz liquéfiés sous pression présentent un risque important en cas de rupture du réservoir : l'explosion due à l'ébullition.

**Danger** : Propriété intrinsèque à une substance (butane, chlore, ...), à un système technique (mise sous pression d'un gaz, ...), à une disposition (élévation d'une charge), ..., à un organisme (microbes), etc., de nature à entraîner un dommage sur un élément vulnérable [Glossaire, 2005].

**Emballlement thermique** : Lorsque la chaleur produite au cours d'une réaction chimique, voulue ou non, ne peut plus être dissipée convenablement par l'installation dans laquelle elle est mise en œuvre, des conditions d'emballement thermique peuvent être réunies. Ce phénomène, bien connu des chimistes, peut aboutir à une « explosion thermique », aux conséquences parfois catastrophiques.

**Effet Domino** : Action d'un phénomène dangereux affectant une ou plusieurs installations d'un établissement qui pourrait déclencher un autre phénomène sur une installation ou un établissement voisin, conduisant à une aggravation générale des effets du premier phénomène [Glossaire, 2005].

**Evaluation du risque** : Processus de comparaison du risque estimé avec des critères de risque donnés pour déterminer l'importance du risque [Glossaire, 2005].

**Fragment** : Partie d'un réservoir explosé.

**Installation** : Une unité technique à l'intérieur d'un établissement où des substances dangereuses sont produites, utilisées, manipulées ou stockées [Directive 96/82].

**GPL** : Gaz de pétrole liquéfié (Liquefied Petroleum Gas).

**Prévention** : Mesures visant à prévenir un risque en réduisant la probabilité d'occurrence d'un phénomène dangereux [Glossaire, 2005].

**Projectile** : Une partie de réservoir explosé, ayant l'énergie cinétique et pouvant être envoyé depuis le lieu d'origine jusqu'à d'autres équipements.

**Risque** : La probabilité qu'un effet spécifique se produise dans une période donnée ou dans des circonstances déterminées [Directive 96/82].

**Risque industriel** : Un événement accidentel se produisant sur un site industriel et entraînant des conséquences immédiates graves pour le personnel, les populations avoisinantes, les biens ou l'environnement [PRIM].

**Risque majeur** : La possibilité d'un événement d'origine naturelle ou anthropique, dont les effets peuvent mettre en jeu un grand nombre de personnes, occasionner des dommages importants et dépasser les capacités de réaction de la société [PRIM].

**Stockage** : La présence d'une certaine quantité de substances dangereuses à des fins d'entreposage, de mise en dépôt sous bonne garde ou d'emmagasinerage [Directive 96/82].

**Traitement du risque** : Processus de sélection et de mise en œuvre des mesures visant à modifier le risque [Glossaire, 2005].

**VCE** : Vapour Cloud Explosion.

# INTRODUCTION

## Contexte de la thèse

Le laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME) de l'Université Paris-Est conduit depuis de nombreuses années des recherches sur le thème de l'évaluation des risques par une approche intégrée [Mébarki A. et al., 2008a].

A ce titre, il a développé une démarche probabiliste basée sur les paramètres suivants :

- L'identification des aléas ;
- La vulnérabilité des enjeux abordée sous deux angles : une approche globale et une approche mécano-fiabiliste ;
- La probabilité de défaillance mécanique, elle aussi analysée sous l'angle de ces deux approches.

Plusieurs thèses de doctorat ont ainsi été réalisées au laboratoire MSME en considérant comme aléas des risques naturels : les séismes, les inondations et les sécheresses.

Le présent travail s'inscrit dans la continuité de cette thématique, à ceci près, que l'aléa considéré est technologique. Le risque qui lui est associé constitue le risque industriel. Suivant les cas, les conséquences des accidents industriels peuvent se décliner sous trois formes [PRIM] :

- Effets thermiques : incendie, feu de bac ou feu de nuage ;
- Effets mécaniques : surpression résultant des phénomènes de déflagration, de détonation ou d'éclatement et projections ;
- Effets toxiques.

Dans le pire des cas, un accident peut constituer le précurseur d'une série de nouveaux accidents. Ce phénomène est connu sous le nom d'*effet domino* ou *suraccident*. Ce processus catastrophique alourdit les conséquences tant d'un point de vue humain que matériel comme ce fut le cas à Feyzin (France en 1966) où le site fût entièrement détruit. Plus récemment, l'accident à Mexico, Mexique en 1984 provoqua la mort de 650 personnes, ou encore, l'accident à Vishakhapatnam (Inde en 1997) entraîna la mort de 60 personnes et plus de 15 millions de dollars de dégâts matériels.

## Objectif de la recherche

La recherche présentée dans ce document se focalise sur l'effet domino provoqué par l'émission de projectiles. Une approche probabiliste globale est proposée. Elle permet d'analyser l'effet domino lors de l'explosion d'un équipement sur un site industriel. Cette approche se décompose en quatre étapes principales :

- Une analyse de l'accident initial et des projections émises ;
- Une description de la trajectoire des projectiles ;
- Une analyse de l'interaction fragments issus de l'accident initial / équipements environnants et de leurs capacités résiduelles ;
- Selon les capacités mécaniques résiduelles et les conditions thermodynamiques internes à l'enceinte, il peut y avoir génération d'une nouvelle série d'explosions et de génération de fragments déclenchant ainsi l'effet domino, créant un enchainement d'explosions et dysfonctionnements. Ce dernier point n'est pas étudié dans le présent document.

## Cadre de la thèse

Ce travail est réalisé dans le cadre d'une thèse de doctorat au laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle de l'Université Paris-Est en collaboration avec l'Institut National de l'Environnement Industriel et des Risques (INERIS). S'appuyant sur les objectifs présentés précédemment, ce rapport est structuré en quatre chapitres.

Le premier chapitre est consacré à une méthodologie globale de l'analyse du risque industriel lors de l'explosion d'un réservoir.

Le deuxième chapitre se concentre sur les aléas, i.e. les caractéristiques des projectiles, générés par cette explosion, modélisées par des variables aléatoires. A l'aide des données accidentelles et du principe de maximum d'entropie, une distribution probabiliste est proposée pour chaque variable.

Le troisième chapitre consiste à développer des modèles du mouvement des projectiles. Ces modèles permettent d'estimer la probabilité d'impact des projectiles sur des équipements environnants, de déterminer le point d'impact ainsi que la vitesse d'impact.

Le quatrième chapitre s'intéresse aux états des installations impactées. Ainsi, l'étude de l'impact d'un projectile métallique sur une plaque métallique est réalisée au moyen de modèles simplifiés et d'un modèle complet. Des simulations de Monte Carlo permettent d'estimer la probabilité de rupture des réservoirs impactés.

Enfin, des conclusions et des perspectives sont présentées à la fin de ce rapport.

# CHAPITRE 1

## EXPLOSIONS INDUSTRIELLES ET ANALYSE PROBABILISTE DE L'EFFET DOMINO

Ce chapitre est consacré à une approche globale permettant d'analyser le risque encouru par un site industriel lors de l'explosion d'une installation. Ce chapitre présente l'objectif du travail en insistant sur l'importance de l'analyse du risque industriel au travers de trois accidents industriels passés.

### 1.1. Problématique

Un site industriel abrite diverses installations sous pression, notamment des réservoirs contenant des gaz ou des liquides. L'analyse des accidents passés montre que les réservoirs remplis de gaz peuvent exploser à cause d'une ou plusieurs raisons combinées suivantes :

- Le feu, la cause la plus fréquente, diminue la capacité des équipements à résister à la pression interne. Simultanément, il y a une élévation de la pression et de la température des fluides internes, ce qui peut entraîner un changement de phase brutal. La combinaison de ces deux effets peut engendrer l'apparition de fissures.
- Une surpression peut aussi endommager les installations.
- Une agression mécanique extérieure par un projectile peut perforer la cible ou générer des ondes de choc dans le réservoir impacté et conduire à une rupture de celui-ci.
- La corrosion et la fatigue peuvent également causer la rupture des équipements.



Figure 1.1. Accident de Flixborough, UK (1974).



Dans tous les cas, si la fissure se propage plus rapidement que la fuite des fluides, le réservoir explose et peut générer des fragments comme le montre la Figure 1.1. Toutefois, certaines explosions ne génèrent aucun fragment.

Des fragments sont projetés aux alentours et peuvent impacter des installations voisines au cours de leur mouvement. Ils peuvent pénétrer ces installations partiellement ou les perforer entièrement lors de l'impact. Si l'équipement impacté est un réservoir sous pression, il est possible qu'il explose et génère une nouvelle série de projectiles. Ces derniers peuvent, à leur tour, constituer des menaces pour les installations voisines. Ils peuvent impacter d'autres réservoirs et générer des explosions. Il peut y avoir un enchaînement de processus catastrophiques successifs : c'est ce qu'on appelle *l'effet domino* ou *le suraccident*. L'accidentologie montre que ce phénomène peut être à l'origine d'un grand nombre de rupture d'installations et causer de nombreuses victimes, comme ce fut le cas à Mexico City en 1984 où 650 personnes ont péri.

Tout d'abord, l'importance de l'analyse des accidents industriels est montrée en examinant trois accidents passés :

- l'accident de Feyzin, France en 1966,
- l'accident de Mexico, Mexique en 1984,
- l'accident de Vishakhapatnam, Inde en 1997.

Cette analyse sert à développer une approche globale en contribution à l'analyse du risque d'effet domino.

## 1.2. Retour d'expérience sur des accidents majeurs

### 1.2.1. Accident de Feyzin, France

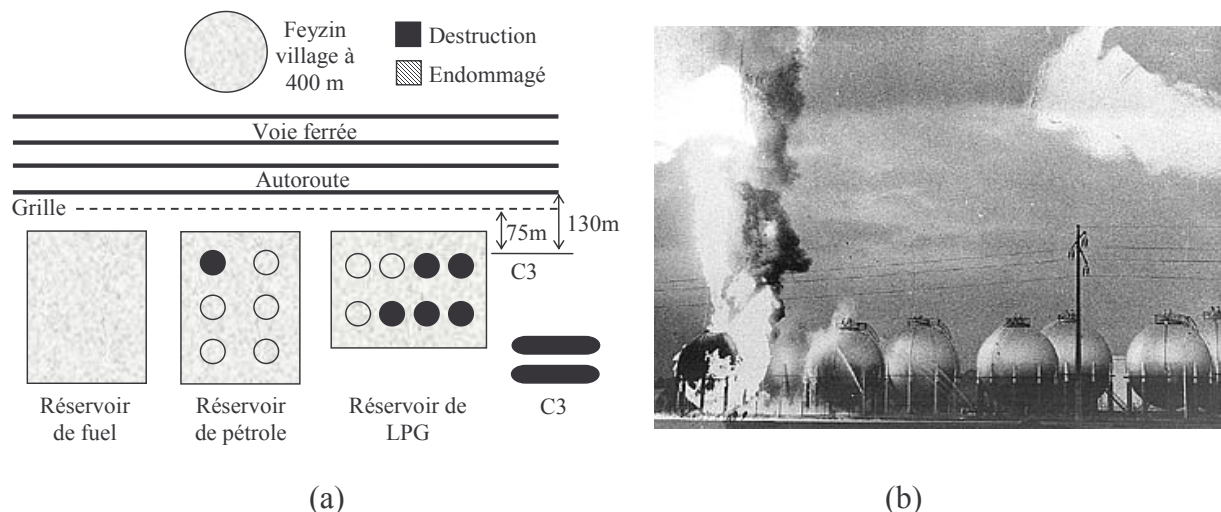


Figure 1.2. Accident de Feyzin, France (1966)  
 (a) Disposition du site de stockage de GPL [INERIS, 2002b] ;  
 (b) Explosions des réservoirs sphériques.

En janvier 1966, ce site disposait de quatre sphères de propane de  $1200 \text{ m}^3$ , de quatre sphères de butane de  $2000 \text{ m}^3$ , d'un réservoir cylindrique horizontal de butane, d'un autre de propane et des réservoirs de GPL comme le montre la Figure 1.2. Malheureusement, le 04



janvier, à 7h15, une mauvaise manœuvre provoqua une fuite de gaz dans une enceinte sphérique de propane donnant naissance à une nappe gazeuse de 1,5 m de hauteur qui se propagea jusqu'à l'autoroute, où le passage de véhicules enclencha l'allumage de la nappe. Une demi-heure plus tard, une seconde sphère de propane explosa par BLEVE et provoqua l'ouverture d'une troisième sphère (sans BLEVE). Au total, onze réservoirs furent détruits et des projectiles s'étalèrent sur 800 mètres autour du site. L'accident causa la mort de 18 personnes et en blessa 84. On retrouva des débris jusqu'aux alentours de Vienne située à 18 kilomètres de Feyzin : 1475 constructions furent affectées [Holden P.L., 1988 ; INERIS, 2002a].

### 1.2.2. Accident de Mexico

A 5h30 environ le 19 novembre 1984, un accident majeur est survenu à San Juan Ixhuatepec, Mexico, Mexique. Un feu et une série d'explosions ont complètement détruit un site industriel de stockage de GPL. Ce site abritait quatre sphères de GPL d'un volume unitaire de 1600 m<sup>3</sup>, deux sphères de 2400 m<sup>3</sup> et quarante huit réservoirs cylindriques horizontaux de 36 m<sup>3</sup> à 270 m<sup>3</sup>.

La cause de départ de l'accident est la rupture d'une canalisation (de 200 mm de diamètre) lors du remplissage d'un réservoir. Le fluide s'est alors enflammé donnant naissance à un nuage de fumée, qui se propagea sur le site et ses alentours. Rapidement, une grosse explosion eut lieu provoquant la rupture de type BLEVE de deux petites sphères, ce qui généra une boule de feu. Les deux autres petites sphères ont été détruites. Les fragments des réservoirs sphériques ont été éparpillés sur 590 mètres autour du site. Parmi les réservoirs cylindriques, quatre d'entre eux sont demeurés sur leur support alors que onze sont tombés de celui-ci. Les fragments des trente trois autres ont été projetés sur une distance allant jusqu'à 1,2 kilomètres, voir la Figure 1.3. Cet accident blessa 7000 personnes et provoqua la mort de 650 autres. 39000 personnes durent être évacuées [Holden P.L., 1988 ; INERIS, 2002a].



(a)



(b)

Figure 1.3. Accident de Mexico, Mexique (1984)  
(a) Réservoirs sphériques ; (b) Réservoirs cylindriques.

### 1.2.3. Accident de Vishakhapatnam, Inde

Le 14 septembre 1997, dans une raffinerie de la Hindustan Petroleum Corporation Limited à Vishakhapatnam, Inde, l'explosion d'un réservoir provoqua une série d'accidents majeurs.

A 6h40, en raison de la corrosion, un des réservoirs sphériques remplis de GPL se rompit,

s'enflamma puis explosa. Cette explosion ébranla entièrement la ville. D'autres explosions suivirent et le feu se propagea sur tout le site. Au total, vingt cinq réservoirs furent endommagés et dix-neuf bâtiments s'effondrèrent. Cet accident provoqua la mort de soixante personnes et entraîna plus de quinze millions de dollars de dégâts matériels [Khan F.I. et al., 1999, 2001]. Cet accident est réputé être l'un des événements les plus catastrophiques des industries chimiques dans le monde.



(a) (b) (c)  
Figure 1.4. Accident de Vishakhapatnam, Inde (1997)

#### 1.2.4. Importance de l'analyse des accidents industriels

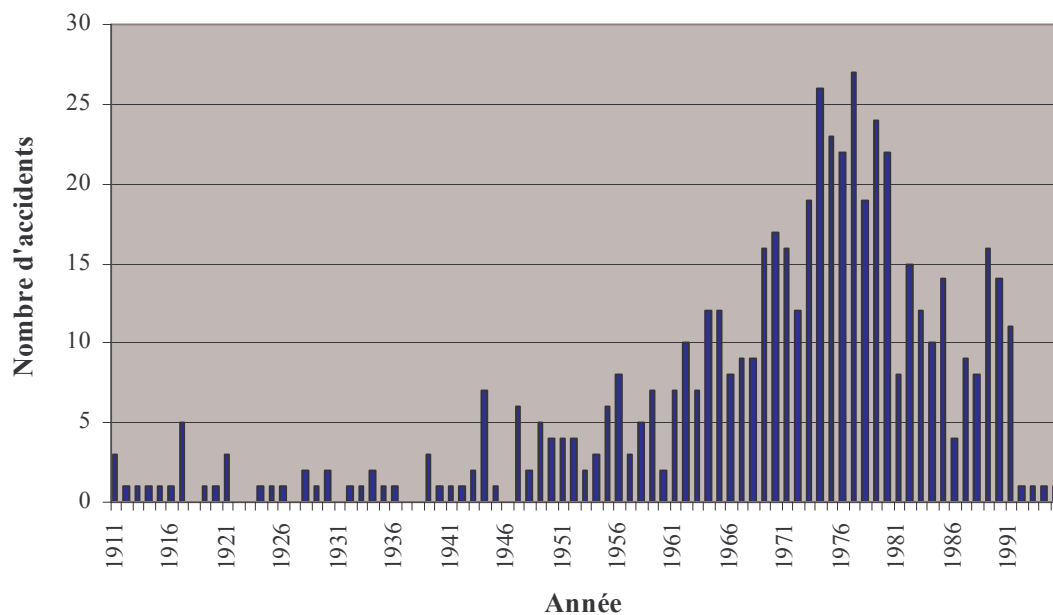


Figure 1.5. Accidents industriels entre 1911 et 1995 [Lees F.P., 2005].

Les rapports sur les accidents passés ont dénombré 67 accidents majeurs entre 1951 et 1984 [Holden P.L., 1988] tandis que 551 ont été rapportés pour la période de 1911 à 1995 dans [Lees F.P., 2005]. Le nombre d'accidents a augmenté avec la modernisation industrielle atteignant son maximum dans les années 70 comme le montre la Figure 1.5. Malgré une réduction significative des accidents depuis 1980, les conséquences des accidents ont tendance à s'aggraver : l'accident de Mexico en est un exemple caractéristique, cf. §1.2.1. C'est pour ces raisons qu'une approche globale permettant d'estimer le risque d'effet domino

est requise.

### 1.3. Formalisation du problème

L'effet domino, dû à une explosion initiale dans les sites industriels, est considéré comme une série d'explosions de réservoirs, l'une entraînant une autre. Autrement dit, c'est un ensemble d'enchaînement d'explosions. Les diverses séquences de l'effet domino sont illustrées par la Figure 1.6. Ce travail considère une analyse d'effet domino dû à la projection de fragments.

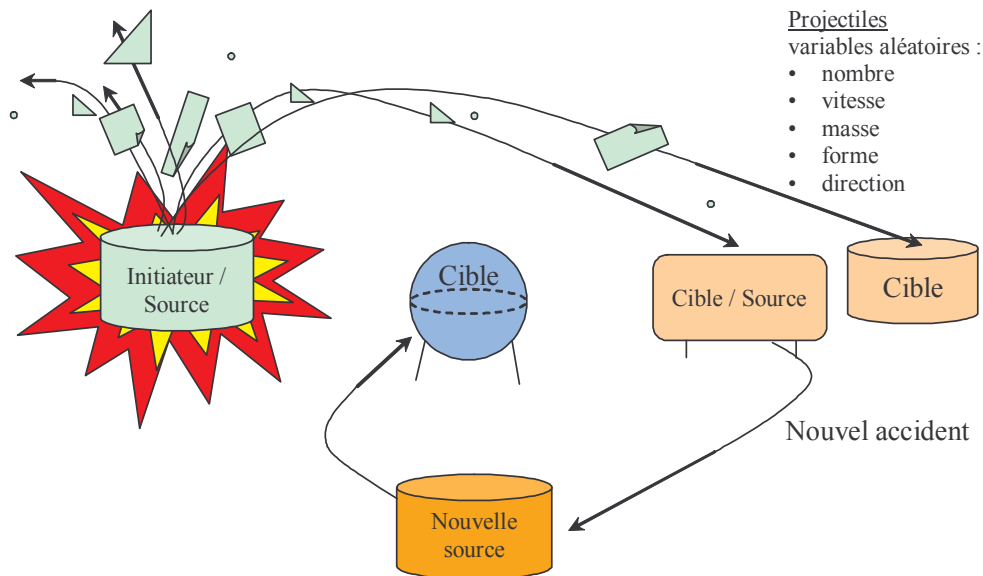


Figure 1.6. Schéma global du suraccident [Mébarki A. et al., 2008b, 2009a]

D'une part, l'explosion d'un réservoir peut être due à des explosions antérieures d'un ou plusieurs autres réservoirs. Les projectiles engendrés par l'explosion de ces derniers peuvent impacter simultanément le réservoir et causer son explosion. D'autre part, les projectiles générés par l'explosion d'un seul réservoir peuvent constituer également des menaces pour un ou plusieurs réservoirs voisins et causer leur explosion.

En vue d'évaluer le risque d'effet domino, chaque explosion est considérée comme un sous problème supposé indépendant des autres. Tenant compte de cette hypothèse, l'effet domino peut alors se décomposer en cycles :

- Cycle 1, dit événement initial, où le 1<sup>er</sup> ensemble de projectiles est engendré par l'explosion initiale,
- Cycle 2, dit 2<sup>ème</sup> événement, dans lequel le réservoir impacté par le 1<sup>er</sup> ensemble de projectiles explose et génère un 2<sup>ème</sup> ensemble de projectiles,
- ...
- Cycle n, dit n<sup>ème</sup> événement, où le réservoir impacté par l'ensemble des projectiles antérieurs explose et génère un n<sup>ème</sup> ensemble de projectiles.

Le risque d'effet domino est alors une combinaison des risques des sous problèmes considérés.

L'analyse de l'effet domino requiert toutefois la description détaillée de chaque événement ou cycle. Cette étude présente une méthodologie probabiliste globale permettant d'analyser un cycle élémentaire de l'effet domino. Chaque cycle, détaillé en Figure 1.7, nécessite une analyse fine de trois termes essentiels, à savoir le terme *source* (à l'origine de la première explosion ou génération de la première série de projectiles), le terme *trajectoire et possibilité d'impact* éventuel des projectiles (détermination des angles, des vitesses et des positions à tout instant sur la trajectoire pendant le déplacement depuis la source) et enfin le terme *cible* (conditions d'impact et d'interaction entre le projectile et la cible) [Gubinelli G. et al., 2004 ; Hauptmanns U., 2001a, 2001b ; Holden P.L., 1985, 1988 ; INERIS, 2002a, 2002b, 2004 ; Lees F.P., 2005 ; Mébarki A. et al., 2005, 2007a, 2008b, 2009a, 2009b ; Mercier F. et al., 2006 ; Nguyen Q.B. et al., 2006, 2007a, 2007b, 2007c, 2007d, 2008, 2009a, 2009b].

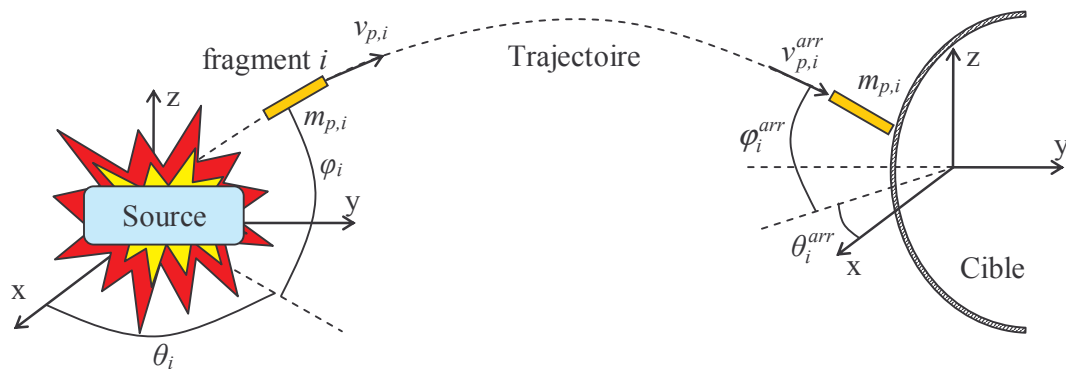


Figure 1.7. Cycle élémentaire de l'effet domino [Mébarki A. et al., 2008b]

Chaque branche élémentaire de l'effet domino s'appuie sur les séquences suivantes [Mébarki A. et al., 2008b, 2009a, 2009b ; Nguyen Q.B. et al., 2009a] :

- *La génération de fragments à la suite de l'explosion initiale du réservoir* : La surpression, la surchauffe d'un réservoir ou une agression mécanique extérieure (impact d'un fragment, par exemple) sur un réservoir peuvent le faire exploser. Cette explosion peut générer des fragments : à cet événement est associée la probabilité de génération de fragments  $P_{gen}$ . Les caractéristiques des fragments, dénommées *termes sources*, désignent leur nombre, leur forme, leur masse, leur vitesse de départ ainsi que leurs angles de départ. Ces grandeurs sont considérées comme des variables aléatoires. Les distributions probabilistes des termes sources sont développées en se basant sur le principe du maximum d'entropie et sont comparées aux données existantes.
- *L'impact de projectiles sur d'autres installations voisines* : Certains fragments sont projetés dans l'espace. Ces fragments peuvent impacter des installations voisines au cours de leur mouvement. Selon les caractéristiques de départ du projectile, la trajectoire est décrite en fonction des effets combinés de l'inertie, de la gravitation et de l'aérodynamique. Les mouvements de translation et de rotation sont pris en compte. A la possibilité d'impact des projectiles sur les installations voisines correspond la probabilité d'impact  $P_{imp}$ . Cette probabilité dépend de la cinématique, des formes des projectiles ainsi que des formes et de la localisation des cibles.
- *Le dommage des installations sous l'agression mécanique des projectiles lors de l'impact* : Après avoir impacté les installations voisines, les projectiles peuvent les pénétrer partiellement ou les perforer entièrement. A cet événement correspond la probabilité de rupture des installations impactées  $P_{rup}$  dépendant des propriétés des cibles

impactées ainsi que des projectiles lors de l'impact. Des modèles mécaniques sont développés afin d'analyser l'interaction entre les projectiles et les cibles impactées.

- *Le suraccident* : Suivant l'état de la cible (par exemple son niveau de remplissage dans le cas de réservoirs de gaz sous pression) et son état d'endommagement après impact, une explosion pourrait survenir dans l'élément impacté, ce qui induit l'effet domino. Un endommagement de la cible n'induit pas toujours une explosion. La probabilité de suraccident  $P_{cycle}$  se déduit donc des probabilités précédentes et de la probabilité de génération d'une nouvelle série de projectiles selon l'état de la cible après impact  $P_{propa}$  [Mébarki A. et al., 2008b, 2009a] :

$$P_{cycle} = (P_{gen} \times P_{imp} \times P_{rup}) \times P_{propa} \quad (1.1)$$

Comme cela a été précisé précédemment, l'analyse des conditions mécaniques et physiques de la cible impactée, qui pourraient déclencher une nouvelle série d'explosions ou accidents, n'est pas détaillée dans le présent travail. En effet, l'étude d'un cycle élémentaire de l'ensemble des cycles, caractéristiques d'un effet domino, ne nécessite pas la connaissance de la probabilité d'occurrence du terme déclenchant à savoir  $P_{propa}$  [Mébarki A. et al., 2008b, 2009a].

Ces séquences sont détaillées dans la Figure 1.8.

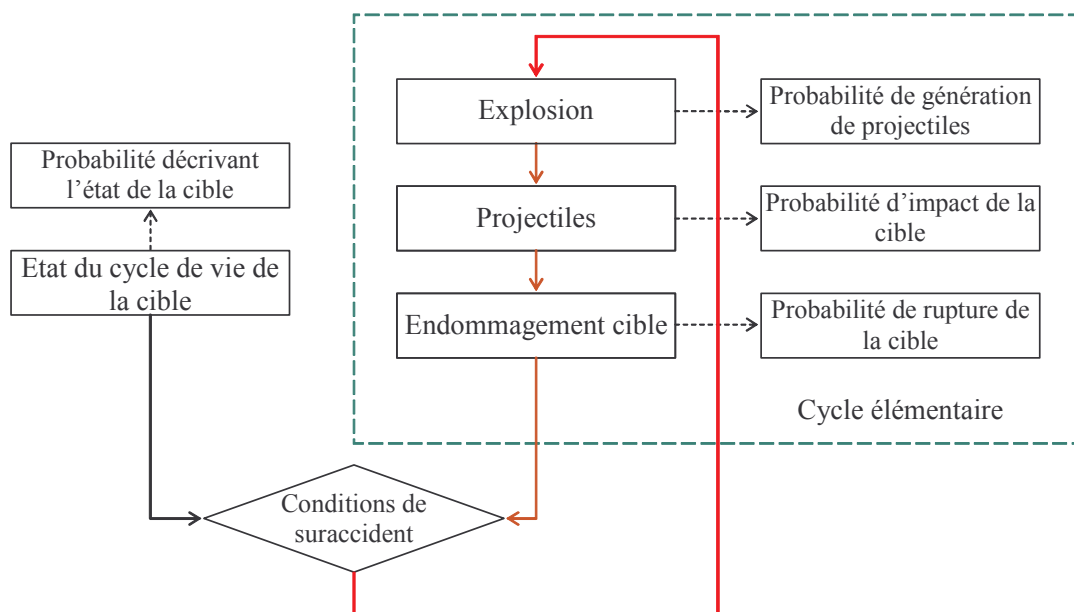


Figure 1.8. Séquences de l'effet domino [Mébarki A. et al., 2008b, 2009a]

#### 1.4. Analyse de la probabilité de crise

Le présent travail se restreint au cas d'un cycle élémentaire de l'effet domino. Comme l'illustre la Figure 1.8, le risque d'occurrence de l'effet domino est basé sur la connaissance de trois termes principaux :

- *La probabilité de génération de projectiles*  $P_{gen}$  à la suite d'un accident : selon l'état thermodynamique des réservoirs, certains d'entre eux explosent tandis que d'autres ne le



peuvent pas. Ainsi, dans cette étude, on estime le risque de l’effet domino si l’explosion initiale a lieu, i. e.  $P_{gen}$  est égale à 100 %, et on se limite au cas des explosions de réservoirs métalliques de forme sphérique ou cylindrique.

- La probabilité d’impact  $P_{imp}$ , c’est-à-dire le risque que les projectiles générés impactent des équipements voisins. Ce travail ne traite que les cibles de forme cylindrique, ellipsoïdal (ou sphérique) et cubique (ou plaque comme le cas d’un mur).
- La probabilité de rupture des cibles impactées  $P_{rup}$  donnée par la formule :

$$P_{rup} = P(E \leq 0) = \iint_{E \leq 0} f_{r,s}(r,s).dr.ds, \text{ et } E = R - S \quad (1.2)$$

Où  $R$  et  $S$  sont des variables aléatoires (à valeurs réelles  $r$  et  $s$ ) représentant respectivement la résistance de la cible impactée et la sollicitation mécanique induite par le projectile. Leurs densités de probabilité marginales sont notées  $f_r(.)$  et  $f_s(.)$  tandis que la densité de probabilité conjointe  $f_{r,s}(.)$  vérifie  $f_{r,s}(r,s) = f_r(r)f_s(s)$  si  $R$  et  $S$  sont statistiquement indépendantes. La fonction d’état limite  $E$  est négative dans le domaine de rupture, positive dans le domaine de sécurité et nulle sur la surface d’état limite.

L’expression générale du risque de ruine de la cible  $P_f$  peut alors s’écrire [Gubinelli G. et al., 2004 ; Mébarki A. et al., 2008b ; Nguyen Q.B. et al., 2006] :

$$P_f = P_{gen} \times P_{imp} \times P_{rup} \quad (1.3)$$

## 1.5. Conclusions

Au travers de l’analyse des accidents passés, on constate que l’effet domino alourdit les conséquences tant d’un point de vue humain que matériel. Afin d’analyser cet effet, nous avons proposé une méthodologie probabiliste globale dont l’objectif est de définir :

- Le terme *source* : les caractéristiques des fragments générés par l’explosion d’un réservoir industriel,
- Le terme *possibilité d’impact* : la cinématique des projectiles et leurs possibilités d’impact sur les installations voisines,
- Le terme *cible* : l’état des équipements impactés et la possibilité du suraccident.

Ainsi, les chapitres suivants sont consacrés à une présentation de la génération des fragments, à l’étude de l’impact des projectiles sur les équipements environnants et à l’analyse de la résistance des installations.

## CHAPITRE 2

### TERMES SOURCES

Ce chapitre est consacré à une étude probabiliste des caractéristiques des projectiles générés par l'explosion d'un réservoir. Ces caractéristiques, i.e. le nombre de fragments, la forme, la masse, la vitesse de départ ainsi que les angles de départ, sont considérées comme des variables aléatoires. Des modes de fragmentation de réservoir lors de l'explosion sont d'abord examinés. Puis, à l'aide du principe du maximum d'entropie, les distributions probabilistes des termes sources sont alors développées. Ces distributions sont alors comparées aux données existantes. On se limite à l'étude de réservoirs métalliques de forme sphérique et cylindrique.

#### 2.1. Modes de fragmentation

La génération des explosions a un rôle très important dans l'analyse de l'effet domino (cf. §1.1). On ne considère que deux types de réservoirs, à savoir les réservoirs cylindriques et sphériques [Mébarki A. et al., 2009a].

##### 2.1.1. Cas du réservoir cylindrique

	Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4
(a)				
(b)				
(c)				
(d)				

Tableau 2.1. Fragmentation lors de l'explosion d'un réservoir cylindrique  
(a, c) La fissure s'initie au milieu de la virole ; (b, d) La fissure s'initie au niveau d'une soudure circonférentielle.

Des essais sur des réservoirs cylindriques [Baum M.R., 1988, 1995, 1999a, 1999b, 2001 ; INERIS, 2004] montrent que deux types de fragmentation peuvent survenir lors d'une explosion :

- Une fissure peut s'initier au niveau d'une soudure circonférentielle engendrant le détachement d'un des fonds de réservoir. Sa propagation axiale peut aboutir au dépliement

de tout ou partie de la virole comme le montre le Tableau 2.1b, d. On appelle *fond oblong de réservoir* un fragment composé d'une partie, au moins, de la virole et d'un fond de réservoir. Toutefois, dans de nombreux cas, la virole se détache complètement des extrémités du réservoir et reste au sol. Dans d'autres cas, elle peut générer elle-même un ou plusieurs projectiles.

- Une fissure peut également s'initier de manière privilégiée au milieu de la virole à cause des défauts de fabrication. En se propageant vers chaque extrémité du réservoir, cette fissure déplie la virole. Arrivée aux soudures, une propagation circonférentielle peut débiter, ce qui conduit au détachement d'un ou des deux fonds, voir le Tableau 2.1a, c. Comme précédemment, une partie de la virole peut rester attachée à un fond ou générer de nouveaux projectiles.

### 2.1.2. Cas du réservoir sphérique

Une fissure peut s'initier n'importe où dans le réservoir sphérique lors de l'explosion. Elle peut se propager soit de manière circonférentielle engendrant une demi sphère, soit dans toutes les directions générant des fragments aplatis, voir la Figure 2.1 [Baum M.R., 1988]. Dans certains cas, une grande partie du réservoir reste au sol tandis que d'autres pièces du réservoir sont projetées loin de la source.

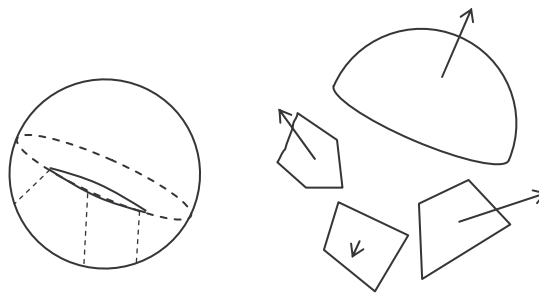


Figure 2.1. Fragmentation lors de l'explosion d'un réservoir sphérique.

## 2.2. Variables aléatoires, modélisation probabiliste et simulation

Comme illustré ci-dessus, une explosion d'un réservoir cylindrique ou sphérique peut générer  $n$  fragments dont les caractéristiques (voir le Tableau 2.2 et la Figure 2.2) sont des variables aléatoires ayant une fonction de densité de probabilité (p.d.f.: probability density function) spécifique. Toutefois, à cause de l'insuffisance de l'information disponible, les variables aléatoires sont supposées indépendantes entre elles, en premier abord. A partir des données collectées dans la littérature et en utilisant le principe du maximum d'entropie, une fonction de densité de probabilité sera déterminée pour chaque terme source [Mébariki A. et al., 2009a ; Nguyen Q.B. et al., 2009a].

Paramètre	Détail
$n$	Nombre de fragments
$f_p$	Fréquence relative de chaque forme particulière du projectile
$m_p$	Masse du projectile
$v_p$	Vitesse de départ du projectile
$\varphi$	Angle vertical de départ
$\theta$	Angle horizontal de départ

Tableau 2.2. Caractéristiques du fragment.



De plus, en vue d'analyser le risque d'effet domino, il est nécessaire de recourir à des simulations de Monte Carlo, dont les procédures seront décrites pour chaque variable.

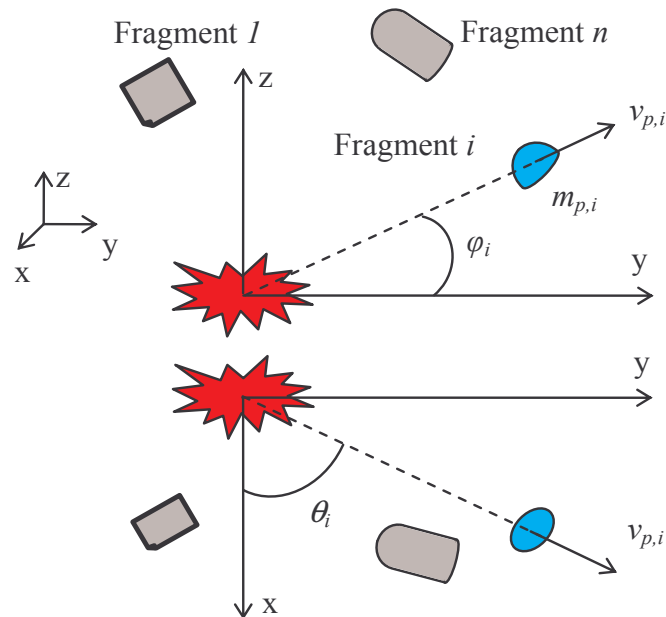


Figure 2.2. Génération des fragments en 2D et repères.

### 2.2.1. Nombre de projectiles

#### 2.2.1.1. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique

##### a. Retour d'expériences et donnée d'accidents

L'explosion d'un réservoir peut générer un ou plusieurs fragments selon les conditions physiques et thermodynamiques régnant au sein du réservoir, à savoir : la pression critique, la propagation de fissures ainsi que le matériau constitutif du réservoir. Certaines explosions ne génèrent pas de fragments. Parmi les 113 explosions collectées [Holden P.L., 1988], 87 explosions (76,99%) en ont générés. Cet important ratio montre l'importance de l'analyse des accidents industriels qui peuvent induire en enchainement catastrophique suite aux impacts par les fragments générés. De plus, tous les fragments générés ne sont pas projetés dans l'espace. Certains restent autour ou chutent près du centre d'explosion, tandis que d'autres sont projetés loin de ce dernier.

S'appuyant sur le retour d'accidents [Holden P.L., 1988], une explosion de type BLEVE produit en général un nombre limité de fragments, le plus souvent deux ou trois, rarement plus de cinq. De plus, la taille du réservoir ne semble pas influencer ce nombre. L'explosion d'un grand réservoir génère de grands fragments dont le nombre n'est pas très différent de celui généré par l'explosion d'un petit réservoir.

Concrètement l'explosion d'un réservoir cylindrique génère un à cinq fragments (rarement plus), cf. §2.1.1. En réalité, le fond de réservoir et la virole du réservoir peuvent générer eux-mêmes des fragments pendant l'explosion, voir le Tableau 2.1 et la Figure 2.1. D'après les données collectées [Holden P.L., 1988], le nombre de projectiles est supposé appartenir à l'intervalle [1 ; 9], voir le Tableau 2.3.

Les données des explosions des réservoirs cylindriques sont rapportées dans le Tableau I.2 (pour des explosions des réservoirs cylindriques avec feu) et dans le Tableau I.3 (sans feu) de

l'Annexe I [Holden P.L., 1988]. Ces données reclassées dans chaque groupe permettent d'identifier la distribution de probabilité du nombre de fragments en se basant sur le principe du maximum d'entropie, voir le Tableau 2.3 :

- *Groupe 1* : toutes les explosions (50 accidents),
- *Groupe 2 (état d'explosion)* : les explosions avec feu (37 accidents sur 50 accidents) et les explosions sans feu (13 sur 50 accidents),
- *Groupe 3 (matériel dans le réservoir)* : les explosions des réservoirs contenant du GPL (32 sur 50 accidents) et les explosions des réservoirs sans GPL (18 sur 50 accidents),
- *Groupe 4 (type d'explosion)* : les explosions de type BLEVE (31 sur 50 accidents) et les explosions sans BLEVE (19 sur 50 accidents).

Nombre de projectiles	Nombre d'explosions						
	Groupe 1	Groupe 2		Groupe 3		Groupe 4	
	Tous cas	Avec feu	Sans feu	GPL	Non-GPL	BLEVE	Non-BLEVE
1	17	12	5	12	5	9	8
2	10	8	2	7	3	8	2
3	12	10	2	6	6	7	5
4	7	5	2	6	1	5	2
5	1	1	0	0	1	1	0
6	1	0	1	0	1	0	1
7	1	1	0	1	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	1	0	1	0	1
Nombre total d'explosions	50	37	13	32	18	31	19
Pourcentage	100 %	74 %	26 %	64 %	36 %	62 %	38 %

Tableau 2.3. Données disponibles pour le nombre de fragments.

#### b. Distribution de probabilité et informations disponibles

La distribution probabiliste du nombre de fragments  $n$  est développée selon le principe du maximum d'entropie, voir l'Annexe II [Kapur J.N., 1989 ; Mébarki A. et al., 2008b]. La p.d.f.  $p_N(n)$  de ce nombre peut s'exprimer sous forme discrète par :

$$p_N(n) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 g_1(n) - \lambda_2 g_2(n) - \dots - \lambda_m g_m(n)) \quad (2.1)$$

Où  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$  et  $g_1(n), g_2(n), \dots, g_m(n)$  désignent respectivement des multiplicateurs de Lagrange et les informations disponibles. Il est important de souligner que  $n$  est un nombre entier positif.

Les informations disponibles correspondent à :

- L'espérance mathématique d'ordre 1, notée  $E_1$ , (la moyenne du nombre de fragments),
- L'espérance mathématique d'ordre 2, notée  $E_2$ , (reliée à la variance  $\sigma^2$ ).

La p.d.f. du nombre de fragments  $n$  correspondante peut s'exprimer par :

$$p_N(n) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 n - \lambda_2 n^2) \quad (2.2)$$

De plus le nombre de fragments est borné dans l'intervalle  $D = [1 ; 9]$ . Sa p.d.f. sera identifiée par la détermination des multiplicateurs de Lagrange.

Les valeurs des espérances mathématiques, fournies dans le Tableau 2.4, sont :

- L'espérance mathématique d'ordre 1,  $E_1$  :

$$E_1 = \sum_{\text{Support}=D} i \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 i - \lambda_2 i^2) = \sum_{i=1}^9 i \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 i - \lambda_2 i^2) \quad (2.3)$$

- L'espérance mathématique d'ordre 2,  $E_2$  :

$$E_2 = \sum_{\text{Support}=D} i^2 \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 i - \lambda_2 i^2) = \sum_{i=1}^9 i^2 \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 i - \lambda_2 i^2) \quad (2.4)$$

Par conséquent, le système d'équations suivant permet d'identifier les multiplicateurs de Lagrange,  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$  :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^9 \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 i - \lambda_2 i^2) = 1 \\ \sum_{i=1}^9 i \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 i - \lambda_2 i^2) = E_1 \\ \sum_{i=1}^9 i^2 \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 i - \lambda_2 i^2) = E_2 \end{cases} \quad (2.5)$$

En absence de la deuxième information, on peut construire la p.d.f. du nombre de fragments à partir de la formule réduite suivante :

$$p_N(n) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 n) \quad (2.6)$$

Les Tableau 2.5 – Tableau 2.8 et Figure 2.3 – Figure 2.6 présentent les résultats des multiplicateurs de Lagrange ainsi que la p.d.f. du nombre de fragments pour les deux cas traités :

- Cas 1, dit  $2\lambda$ , correspond au cas où une seule information disponible est utilisée,
- Cas 2, dit  $3\lambda$ , correspond au cas où les deux informations disponibles sont utilisées.

L'évaluation des erreurs de la p.d.f. est réalisée au moyen de la formule suivante, voir le Tableau 2.9 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^9 \frac{(f_i^{th} - f_i^{exp})^2}{f_i^{th}} \quad (2.7)$$

Où  $f_i^{th}, f_i^{exp}$  sont respectivement les fréquences théorique (calculée) et expérimentale.

Nombre de fragments	Fréquence expérimentale						
	Groupe 1	Groupe 2		Groupe 3		Groupe 4	
	Tous cas	Avec feu	Sans feu	GPL	Non-GPL	BLEVE	Non-BLEVE
1	0,3400	0,3243	0,3846	0,3750	0,2778	0,2903	0,4211
2	0,2000	0,2162	0,1538	0,2188	0,1667	0,2581	0,1053
3	0,2400	0,2703	0,1538	0,1875	0,3333	0,2258	0,2632
4	0,1400	0,1351	0,1538	0,1875	0,0556	0,1613	0,1053
5	0,0200	0,0270	0,0000	0,0000	0,0556	0,0323	0,0000
6	0,0200	0,0000	0,0769	0,0000	0,0556	0,0000	0,0526
7	0,0200	0,0270	0,0000	0,0313	0,0000	0,0323	0,0000
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,0200	0,0000	0,0769	0,0000	0,0556	0,0000	0,0526
$E_1$	2,5600	2,4324	2,9231	2,3438	2,9444	2,5161	2,6316
$E_2$	9,3600	7,7838	13,8462	7,4688	12,7222	8,3226	11,0526

Tableau 2.4. Fréquence expérimentale pour le nombre de fragments.

– Pour le groupe 1 :

Nombre de fragments	Fréquence du nombre de fragments		
	Tous cas		
	Expérimentale	Théorique	
		Cas 1 ( $2\lambda$ )	Cas 2 ( $3\lambda$ )
1	0,3400	0,3758	0,3424
2	0,2000	0,2368	0,2483
3	0,2400	0,1492	0,1688
4	0,1400	0,0940	0,1076
5	0,0200	0,0592	0,0644
6	0,0200	0,0373	0,0361
7	0,0200	0,0235	0,0190
8	0,0000	0,0148	0,0094
9	0,0200	0,0093	0,0043
$\lambda_0$		0,5166	0,8145
$\lambda_1$		0,4620	0,2252
$\lambda_2$			0,0321

Tableau 2.5. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 1.

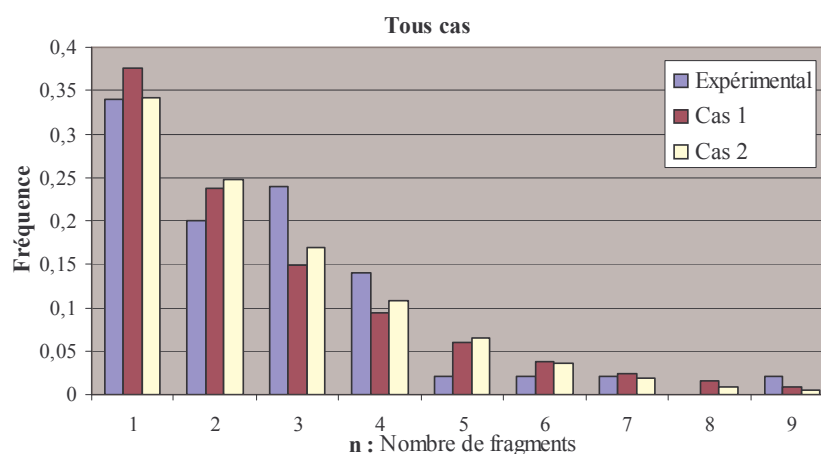
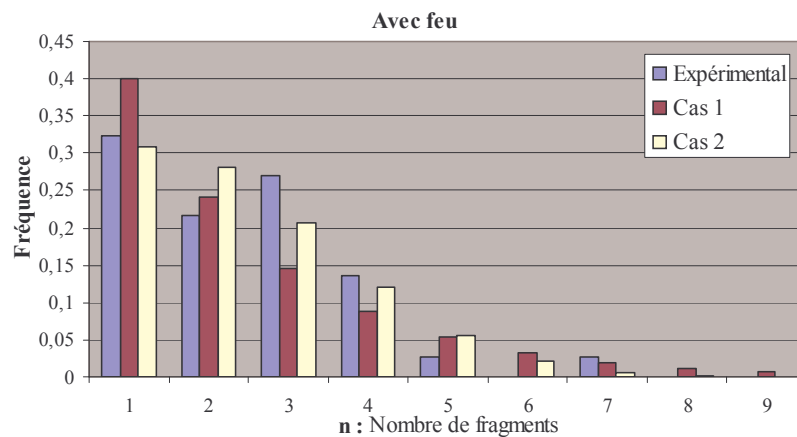


Figure 2.3. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 1.

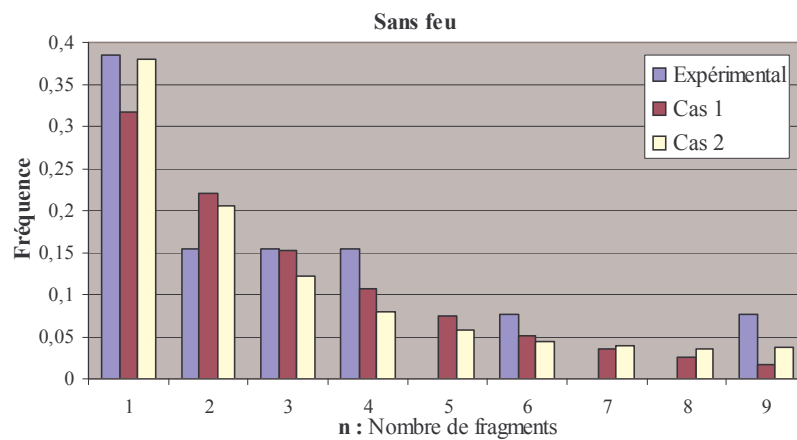
– Pour le groupe 2 :

Nombre de fragments	Fréquence du nombre de fragments					
	Avec feu			Sans feu		
	Expérimentale	Théorique		Expérimentale	Théorique	
		Cas 1 ( $2\lambda$ )	Cas 2 ( $3\lambda$ )		Cas 1 ( $2\lambda$ )	Cas 2 ( $3\lambda$ )
1	0,3243	0,3994	0,3074	0,3846	0,3172	0,3796
2	0,2162	0,2416	0,2816	0,1538	0,2204	0,2054
3	0,2703	0,1461	0,2059	0,1538	0,1531	0,1220
4	0,1351	0,0884	0,1202	0,1538	0,1064	0,0795
5	0,0270	0,0535	0,0560	0,0000	0,0739	0,0568
6	0,0000	0,0323	0,0208	0,0769	0,0513	0,0446
7	0,0270	0,0196	0,0062	0,0000	0,0357	0,0384
8	0,0000	0,0118	0,0015	0,0000	0,0248	0,0363
9	0,0000	0,0072	0,0003	0,0769	0,0172	0,0377
$\lambda_0$		0,4151	1,3170		0,7838	0,2615
$\lambda_1$		0,5027	-0,2500		0,3643	0,7537
$\lambda_2$			0,1126			-0,0465

Tableau 2.6. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 2.



(a) Cas avec feu



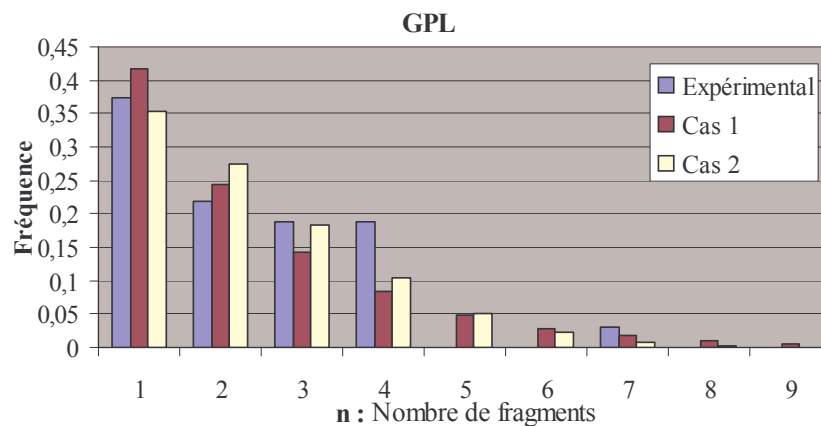
(b) Cas sans feu

Figure 2.4. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 2.

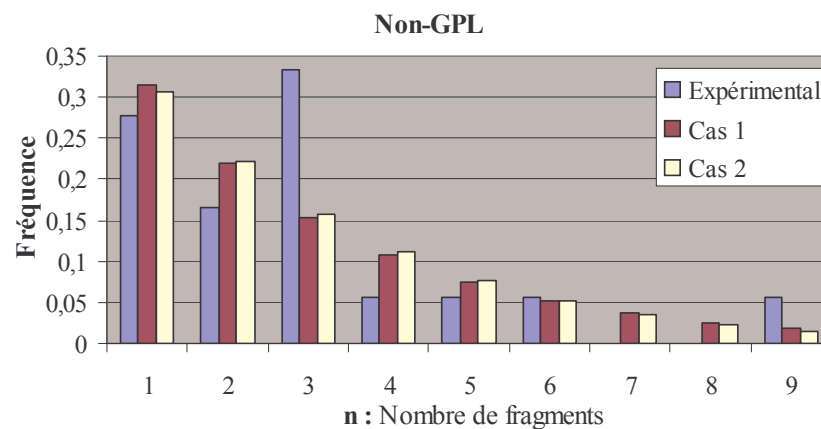
– Pour le groupe 3 :

Nombre de fragments	Fréquence du nombre de fragments					
	GPL			Non GPL		
	Expérimentale	Théorique		Expérimentale	Théorique	
		Cas 1 ( $2\lambda$ )	Cas 2 ( $3\lambda$ )		Cas 1 ( $2\lambda$ )	Cas 2 ( $3\lambda$ )
1	0,3750	0,4169	0,3523	0,2778	0,3141	0,3056
2	0,2188	0,2445	0,2743	0,1667	0,2193	0,2212
3	0,1875	0,1434	0,1833	0,3333	0,1531	0,1578
4	0,1875	0,0841	0,1052	0,0556	0,1069	0,1110
5	0,0000	0,0493	0,0518	0,0556	0,0747	0,0770
6	0,0000	0,0289	0,0219	0,0556	0,0521	0,0527
7	0,0313	0,0170	0,0079	0,0000	0,0364	0,0356
8	0,0000	0,0100	0,0025	0,0000	0,0254	0,0237
9	0,0000	0,0058	0,0007	0,0556	0,0177	0,0155
$\lambda_0$		0,3412	0,9459		0,7988	0,8759
$\lambda_1$		0,5336	0,0210		0,3592	0,3025
$\lambda_2$			0,0764			0,0070

Tableau 2.7. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 3.



(a) Cas de GPL



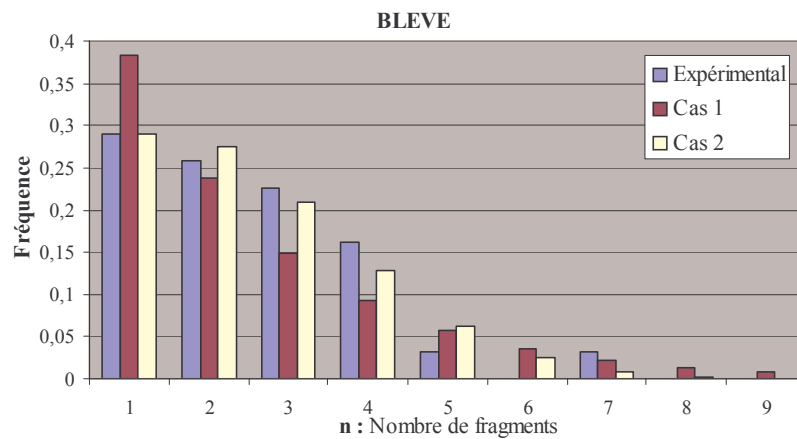
(b) Cas de non-GPL

Figure 2.5. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 3.

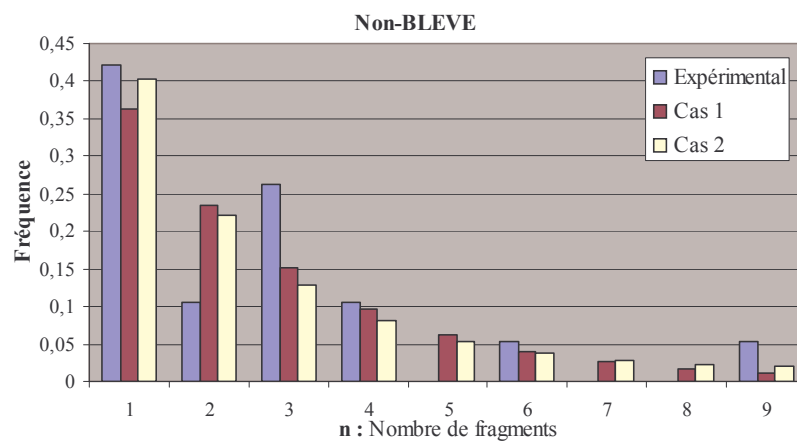
– Pour le groupe 4 :

Nombre de fragments	Fréquence du nombre de fragments					
	BLEVE			Non BLEVE		
	Expérimentale	Théorique		Expérimentale	Théorique	
		Cas 1 ( $2\lambda$ )	Cas 2 ( $3\lambda$ )		Cas 1 ( $2\lambda$ )	Cas 2 ( $3\lambda$ )
1	0,2903	0,3837	0,2901	0,4211	0,3633	0,4034
2	0,2581	0,2385	0,2750	0,1053	0,2338	0,2211
3	0,2258	0,1483	0,2093	0,2632	0,1505	0,1294
4	0,1613	0,0922	0,1279	0,1053	0,0968	0,0807
5	0,0323	0,0573	0,0628	0,0000	0,0623	0,0538
6	0,0000	0,0356	0,0247	0,0526	0,0401	0,0382
7	0,0323	0,0221	0,0078	0,0000	0,0258	0,0290
8	0,0000	0,0138	0,0020	0,0000	0,0166	0,0235
9	0,0000	0,0086	0,0004	0,0526	0,0107	0,0203
$\lambda_0$		0,4823	1,4039		0,5716	0,2416
$\lambda_1$		0,4755	-0,2761		0,4408	0,6987
$\lambda_2$			0,1098			-0,0325

Tableau 2.8. Multiplicateurs de Lagrange pour le groupe 4.



(a) Cas de BLEVE



(b) Cas de non-BLEVE

Figure 2.6. Distribution de probabilité du nombre de fragments pour le groupe 4.

	Groupe 1		Groupe 2		Groupe 3		Groupe 4	
	Tous cas	Avec feu	Sans feu	GPL	Non-GPL	BLEVE	Non-BLEVE	
Cas 1 ( $2\lambda$ )	0,1485	0,2143	0,4100	0,2536	0,4016	0,1902	0,4376	
Cas 2 ( $3\lambda$ )	0,1538	0,1455	0,2864	0,2234	0,4079	0,1299	0,3704	

Tableau 2.9. Erreurs de la p.d.f. du nombre de projectiles.

Les Figure 2.3 – Figure 2.6 et Tableau 2.9 montrent que la formule de la distribution de probabilité pour le nombre de fragments en utilisant les deux informations disponibles s'avère plus proche des observations expérimentales que celle n'utilisant qu'une seule information. Les valeurs théoriques des multiplicateurs de Lagrange sont reportées dans le Tableau 2.10.

	Groupe 1		Groupe 2		Groupe 3		Groupe 4	
	Tous cas	Avec feu	Sans feu	GPL	Non-GPL	BLEVE	Non-BLEVE	
$\lambda_0$	0,8145	1,3170	0,2615	0,9459	0,8759	1,4039	0,2416	
$\lambda_1$	0,2252	-0,2500	0,7537	0,0210	0,3025	-0,2761	0,6987	
$\lambda_2$	0,0321	0,1126	-0,0465	0,0764	0,0070	0,1098	-0,0325	

Tableau 2.10. Multiplicateurs de Lagrange pour le nombre de fragments.

**Bilan :** On considère le nombre de fragments  $n$  comme une variable aléatoire de support  $[1 ; 9]$  ayant une distribution exponentielle discrète.

**Tirage :** Afin de générer le nombre de fragments, on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1]$  ayant une distribution uniforme. Puis, on construit la variable aléatoire  $U_{Neff}$  qui est la plus proche de  $U$  telle que  $U_{Neff} = \sum_{i=1}^n p_n(n) = F(n)$  où  $F(n)$  est la fonction de répartition de  $n$  avec  $n \in [1 ; 9]$ . Le nombre de fragments est ensuite calculé à l'aide de la formule :  $n = F^{-1}(U_{Neff})$ .

### 2.2.1.2. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique

Une fissure peut s'initier n'importe où dans le réservoir sphérique lors de l'explosion, cf. §2.1.2. Elle peut se propager soit de manière circonférentielle engendrant une demi sphère, soit dans toutes les directions générant des fragments aplatis. Donc plusieurs fragments peuvent être générés. Par exemple, les sept explosions des réservoirs sphériques des quatre accidents, reportées dans le Tableau I.3 en Annexe I, ont généré 3, 4, 5, 5, 6, 16 et 19 fragments [Holden P.L., 1988].

Toutefois, en raison d'un faible nombre d'accidents reportés et de données expérimentales disponibles, on suppose que le nombre de fragments générés par l'explosion d'un réservoir sphérique suit une distribution uniforme discrète dans l'intervalle  $[1 ; 19]$ . La p.d.f. correspondante peut être exprimée comme :

$$P_N(n) = \frac{1}{N_{\max} - N_{\min}} \quad (2.8)$$

Où  $N_{\min} = 1$  et  $N_{\max} = 19$ .

**Bilan :** On considère le nombre de fragments comme une variable aléatoire de support  $[1 ; 19]$  ayant une distribution uniforme discrète.



**Tirage :** Afin de générer le nombre de fragments, on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1[$  ayant une distribution uniforme. Le nombre de fragments est donné par la partie entière de  $1 + (N_{\max} - N_{\min} + 1)U$ .

### 2.2.2. Forme du projectile

La forme du projectile dépend principalement du type de rupture ainsi que de la propagation des fissures dans le réservoir explosé.

#### 2.2.2.1. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique

Dans un réservoir cylindrique, la fissure peut s'initier de manière circonférentielle découpant un fond de réservoir. Ce dernier peut être attaché à une pièce de la virole ou à la virole entière. Cela correspond au *fond oblong de réservoir*. Dans d'autres cas, la fissure peut s'initier au milieu de la virole et se propager vers chaque extrémité du réservoir. Elle peut alors détacher un ou deux fonds de manière circonférentielle. Dans tous les cas, la virole et le fond de réservoir peuvent générer des fragments aplatis, i.e. la plaque, cf. §2.1.2. Ainsi, on peut distinguer trois formes principales de projectiles, à savoir le fond de réservoir, le fond oblong de réservoir et la plaque [Baum M.R., 1999b, 2001 ; Gubinelli G. et al., 2004]. Ces trois formes sont illustrées en Figure 2.7.

D'autre part, selon les données accidentelles reportées dans le Tableau I.1 en Annexe I [Holden P.L., 1988], les explosions des réservoirs cylindriques ont généré des fonds de réservoir (44 pièces), des plaques (57 pièces) et des fonds oblongs de réservoir (86 pièces), soit 23,5%, 30,5% et 46% respectivement.

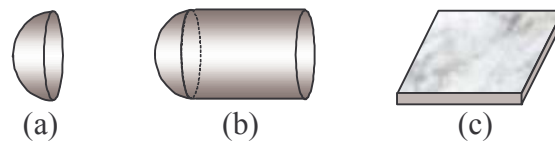


Figure 2.7. Formes des projectiles  
(a) Fond de réservoir ; (b) Fond oblong de réservoir ; (c) Plaque.

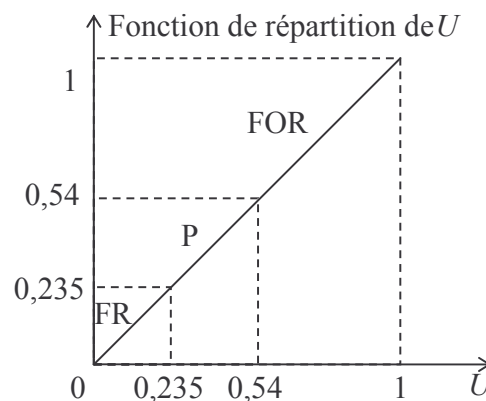


Figure 2.8. Tirage aléatoire pour la forme du projectile généré par l'explosion d'un réservoir cylindrique.

**Bilan :** Les projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique peuvent prendre trois formes possibles dont la répartition est 23,5% de fond de réservoir, 30,5% de plaque et 46% de fond oblong de réservoir.

**Tirage :** Afin de générer la forme des fragments, on utilise une autre variable aléatoire  $U$

de support  $[0 ; 1[$  ayant une distribution uniforme par partie, voir la Figure 2.8 :

- Si  $U \in [0 ; 0,235[$ , le projectile est de forme *fond de réservoir* (FR),
- Si  $U \in [0,235 ; 0,54[$ , le projectile est de forme *plaque* (P),
- Si  $U \in [0,54 ; 1[$ , le projectile est de forme *fond oblong de réservoir* (FOR).

#### 2.2.2.2. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique

Lors de l'explosion d'un réservoir sphérique, la fissure peut s'initier n'importe où. Elle peut découper une demie sphère (fond de réservoir) ou générer plusieurs fragments aplatis (plaques). On distingue alors deux types de projectiles : les fonds de réservoir et les plaques. A cause de l'insuffisance des données disponibles, on suppose arbitrairement que 20% des fragments générés ont la forme de fond de réservoir et 80% la forme de plaque, voir la Figure 2.7.

**Bilan :** Les projectiles générés par une explosion d'un réservoir sphérique sont de deux formes possibles dont la répartition est 20% de fond de réservoir et 80% de plaque.

**Tirage :** Afin de générer la forme des fragments, on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1[$  ayant une distribution uniforme par partie, voir la Figure 2.9 :

- Si  $U \in [0 ; 0,2[$ , le projectile est de forme *fond de réservoir* (FR),
- Si  $U \in [0,2 ; 1[$ , le projectile est de forme *plaque* (P).

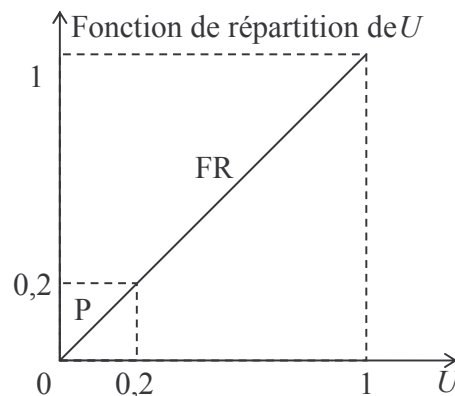


Figure 2.9. Tirage aléatoire pour la forme du projectile généré par l'explosion d'un réservoir sphérique.

### 2.2.3. Masse du projectile

#### 2.2.3.1. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique

La masse du fragment  $m_p$  peut être obtenue à partir de [Hauptmanns U., 2001a] :

$$m_p = kM_t \quad (2.9)$$

Où  $M_t$  est la masse totale du réservoir et  $k$  est un facteur aléatoire de support  $[0 ; 1]$  suivant la distribution Bêta :

$$p_K(k) = 1_{[0,1]}(k) \frac{1}{B(a,b)} k^{a-1} (1-k)^{b-1} \quad (2.10)$$

$$B(a,b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} \quad (2.11)$$

$$1_{[0,1]}(k) = \begin{cases} 1 & : \text{si } k \in [0 ; 1] \\ 0 & : \text{sinon} \end{cases} \quad (2.12)$$

Où  $1_{[0,1]}(k)$  désigne la fonction indicatrice de  $k$  tandis que  $\Gamma(.)$  est la fonction Gamma,  $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$  avec  $a = 0,412$  et  $b = 1,393$ .

Toutefois, si la forme, la taille et le matériau constitutif du projectile sont connus, la masse du projectile peut s'exprimer en fonction de :

$$m_p = V_{\text{projectile}} \rho_p \quad (2.13)$$

Avec  $\rho_p$  représente la masse volumique du matériau et  $V_{\text{projectile}}$  le volume du projectile.

En première approche, la longueur du fond oblong de réservoir et les dimensions de la plaque sont supposées suivre une distribution uniforme.

- *Pour le fond oblong de réservoir* : afin de générer la longueur du cylindre du projectile, on utilise une autre variable aléatoire  $U_{\text{longueur}}$  de support  $]0 ; 1]$  ayant une distribution uniforme. La longueur du cylindre du projectile  $L_{\text{cylind-projectile}}$  peut être calculée à partir de la longueur du cylindre du réservoir explosé  $L_{\text{cylind-réservoir}}$  par la formule suivante :  $L_{\text{cylind-projectile}} = U_{\text{longueur}} L_{\text{cylind-réservoir}}$ . Les valeurs particulières correspondantes sont :  $U_{\text{longueur}} = 0$  (cas d'un fond de réservoir) et  $U_{\text{longueur}} = 1$  (cas d'un fond de réservoir attaché au cylindre complet du réservoir explosé).
- *Pour la plaque* : la longueur et la largeur sont des variables aléatoires de distribution uniforme et de support respectif  $]0 ; L_{\text{cylind-réservoir}}]$  et  $]0 ; 2\pi R_{\text{réservoir}}]$  avec  $R_{\text{réservoir}}$  le rayon du cylindre du réservoir explosé.

**Bilan** : La masse du projectile généré par l'explosion d'un réservoir cylindrique peut être déterminée par la connaissance de la forme, de la taille ainsi que du matériau constitutif du projectile, où chaque grandeur est supposée suivre une distribution uniforme.

#### 2.2.3.2. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique

Aucune information n'est disponible sur la distribution massique des fragments. Par conséquent, tous les fragments sont supposés avoir la même masse. Cette masse peut être déterminée en fonction de la masse totale du réservoir explosé et du nombre de fragments générés [Hauptmanns U., 2001b]. Comme précédemment, si la forme, la taille et le matériau constitutif du projectile sont connus, la masse du projectile peut s'exprimer par l'équation (2.13).

Lors de l'explosion d'un réservoir sphérique, la fissure peut s'initier n'importe où en

généralisant plusieurs fragments aplatis (plaques), cf. §2.1.2. Ses dimensions sont alors supposées obéir à une distribution uniforme de support  $[0 ; (2\pi R_{\text{réservoir}})]$  où  $R_{\text{réservoir}}$  est le rayon du réservoir.

**Bilan :** La masse du projectile généré par une explosion d'un réservoir sphérique peut être déterminée par la connaissance de la forme, de la taille ainsi que du matériau constitutif du projectile, où chaque grandeur est supposée suivre une distribution uniforme.

## 2.2.4. Vitesse de départ

### 2.2.4.1. Modèle d'Aquaro

Des essais à échelle réduite au 1/5 avec des projectiles ayant la masse de 20 à 200 kg ont été réalisés pour estimer la vitesses de départ du projectile  $v_p$  généré par l'explosion d'un réservoir (ou d'un pipe-line sous pression, etc.) [Aquaro D. et al., 1987]. Cette vitesse peut donc être estimée en fonction de la masse du projectile  $m_p$  et de la pression avant combustion  $P$ .

La Figure 2.10 permet l'identification approximative de la vitesse de départ dans une gamme allant de 20 à 100 m/s et pour certaines valeurs de pression et de masse.

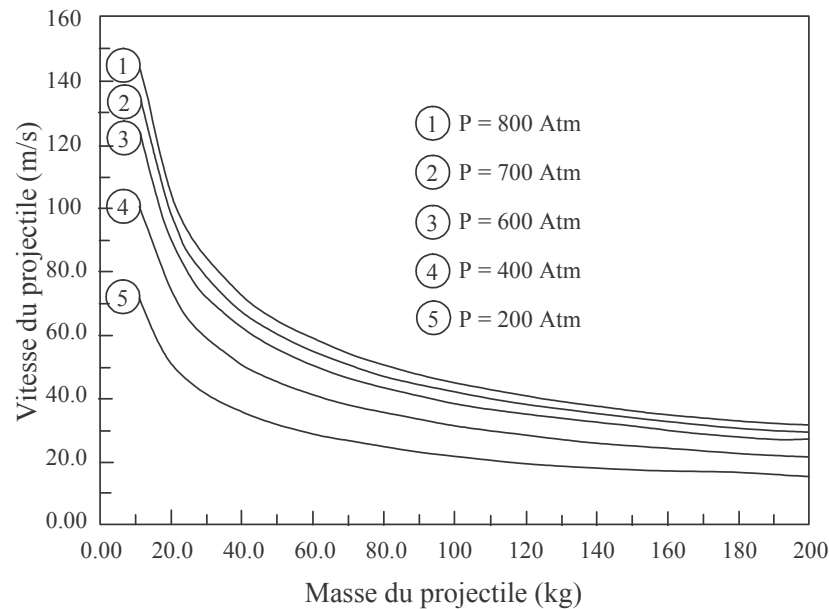


Figure 2.10. Vitesse de départ du projectile [Aquaro D. et al., 1987].

### 2.2.4.2. Modèle de Hauptmanns

La vitesse de départ du projectile peut s'écrire par :

$$v_p = \sqrt{\frac{2E_c}{m_p}} \quad (2.14)$$

Avec  $E_c$  désigne l'énergie cinétique du projectile et  $m_p$  sa masse.

L'énergie cinétique est déduite de l'énergie totale au moment de l'explosion  $E_{\text{exp}}$  avec un facteur multiplicatif compris dans l'intervalle  $[0 ; 1]$ . L'énergie totale peut s'exprimer au travers d'une des formules suivantes [Hauptmanns U., 2001a, 2001b] :

- Equation de Brode :

$$E_{exp} = \frac{p_1 - p_0}{\gamma - 1} V_{réservoir} \quad (2.15)$$

- Equation de Baker :

$$E_{exp} = \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \frac{p_1}{\gamma - 1} V_{réservoir} \quad (2.16)$$

- Equation de Baum :

$$E_{exp} = \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + (\gamma - 1) \frac{p_0}{p_1} \right] \frac{p_1}{\gamma - 1} V_{réservoir} \quad (2.17)$$

Où  $V_{réservoir}$  représente le volume du réservoir et  $\gamma$  la proportion de chaleurs spécifiques tandis que  $p_1$  et  $p_0$  sont respectivement la pression du réservoir au moment de l'explosion et la pression atmosphérique (ou pression externe).

#### 2.2.4.3. Modèles de Baum

Si un réservoir cylindrique sous pression est endommagé, l'éjection du gaz peut causer sa rupture. Un modèle simplifié a été développé pour prédire la vitesse initiale du projectile [Baum, 2001] :

$$v_p = \frac{8p_1 R^2 E}{Ma_0} \quad (2.18)$$

Où  $R$  et  $E$  désignent respectivement le rayon du réservoir et sa longueur effective tandis que  $M$  et  $a_0$  correspondent à sa masse et à la vitesse du son dans le gaz à haute pression.

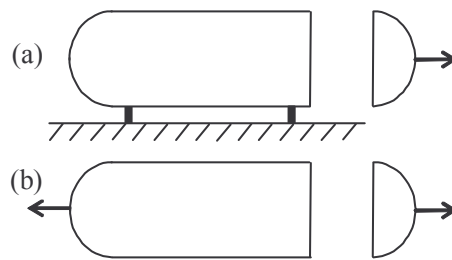


Figure 2.11. Essais de Baum (a) le réservoir bloqué horizontalement ; (b) le réservoir non bloqué horizontalement [Baum M.R., 1999b].

Après l'explosion d'un réservoir cylindrique contenant un liquide à haute température, voir la Figure 2.11 [Baum, 1999b],

- le fond de réservoir est accéléré par la sortie du mélange de liquide et de vapeur,

- le fond oblong de réservoir est accéléré par la pression de la partie intérieure de la surface du fond oblong de réservoir.

D'autres modèles de la vitesse du projectile généré par une rupture de réservoir sont détaillés dans [Baum M.R., 1988, 1995, 1998, 1999a].

#### 2.2.4.4. Modèle MSME-INERIS

##### a. Données expérimentales

La vitesse de départ peut s'exprimer par (2.14). L'énergie cinétique pourrait être déduite de l'énergie totale au moment de l'explosion  $E_{exp}$  [Hauptmanns U., 2001a, 2001b] par :

$$E_c = \alpha E_{exp} \quad (2.19)$$

Où  $\alpha$  est une fraction de l'énergie servant à la propulsion.

L'énergie totale, provoquant à la fois l'expansion, la rupture et l'explosion du réservoir, peut se calculer en comparant les pressions interne et externe au moment de l'explosion [Baum M.R., 1998] :

$$E_{exp} = \left[ 1 - \left( \frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + (\gamma-1) \frac{p_0}{p_1} \left( 1 - \left( \frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right) \right] \frac{p_1}{\gamma-1} V_{réservoir} \quad (2.20)$$

Selon les données expérimentales existantes [Baum M.R., 1998, 1999a, 1999b, 2001], les valeurs observées pour le facteur multiplicatif  $\alpha$  peuvent être obtenues par les équations (2.14), (2.19) et (2.20). Ces valeurs sont reportées dans le Tableau 2.11.

N°	Réservoir		Masse (kg)	$p_0$ (bar)	Vitesse (m/s)	Type	Volume (m <sup>3</sup> )	$\gamma$	$E_{exp}$ (J)	$E_c$ (J)	$\alpha = \frac{E_c}{E_{exp}}$
	Diamètre (m)	Longueur (m)									
1	0,049	0,588	2,27	32,7	8,6	Fond	0,00108	1,4	5656	84	0,0151
2	0,049	0,588	2,26	28,6	7,9	oblong	0,00108	1,4	4849	71	0,0149
3	0,049	0,588	2,24	61,7	13,8	de	0,00108	1,4	11597	213	0,0186
4	0,049	0,588	2,26	36,5	12	réservoir	0,00108	1,4	6413	163	0,0258
5	0,049	0,588	2,25	37,3	12,1		0,00108	1,4	6574	165	0,0255
6	0,049	0,588	2,26	50,6	13		0,00108	1,4	9285	191	0,0208
7	0,049	0,588	2,26	80	18,8		0,00108	1,4	15482	399	0,0260
8	0,049	0,588	2,26	66,2	16,7		0,00108	1,4	12545	315	0,0253
9	0,049	0,588	2,25	81,7	18,3		0,00108	1,4	15846	377	0,0239
10	0,049	0,588	2,26	80,3	18,3		0,00108	1,4	15546	378	0,0245
11	0,049	0,588	2,26	44,1	10,7		0,00108	1,4	7950	129	0,0165
12	0,049	0,588	2,27	42,4	13,2		0,00108	1,4	7604	198	0,0264
13	0,049	0,588	2,26	23,1	8,4		0,00108	1,4	3787	80	0,0217
14	0,049	0,588	2,27	86,5	17,6		0,00108	1,4	16878	352	0,0210
15	0,049	0,588	2,27	72	15,9		0,00108	1,4	13774	287	0,0210
16	0,049	0,588	2,28	96,9	21		0,00108	1,4	19128	503	0,0264
17	0,049	0,588	2,32	52,4	13,1		0,00108	1,4	9657	199	0,0208
18	0,049	0,588	2,28	25,7	13		0,00108	1,4	4286	193	0,0461

N°	Réservoir		Masse (kg)	$p_0$ (bar)	Vitesse (m/s)	Type	Volume (m <sup>3</sup> )	$\gamma$	$E_{exp}$ (J)	$E_c$ (J)	$\alpha = \frac{E_c}{E_{exp}}$
	Diamètre (m)	Longueur (m)									
19	0,049	0,588	2,24	89,3	22,8		0,00108	1,4	17482	582	0,0335
20	0,049	0,588	2,29	90,6	24,5		0,00108	1,4	17763	687	0,0389
21	0,049	0,588	2,28	36,2	16,3		0,00108	1,4	6353	303	0,0485
22	0,049	0,588	2,3	103,8	24,9		0,00108	1,4	20631	713	0,0347
23	0,049	0,588	2,27	76,9	25,1		0,00108	1,4	14818	715	0,0486
24	0,049	0,588	2,28	34,1	14,7		0,00108	1,4	5934	246	0,0423
25	0,049	0,588	2,31	36,9	17,6		0,00108	1,4	6493	358	0,0560
26	0,049	0,588	2,27	24,4	25,8		0,00108	1,4	4035	756	0,1924
27	0,049	0,588	2,22	65,1	22,3		0,00108	1,4	12313	552	0,0452
28	0,049	0,588	2,25	108,6	26,3		0,00108	1,4	21680	778	0,0361
29	0,049	0,588	2,28	90,6	53		0,00108	1,135	30061	3202	0,1069
30	0,049	0,588	2,24	40,3	33,2		0,00108	1,135	11525	1235	0,1081
31	0,049	0,588	2,29	66,5	32		0,00108	1,135	20928	1172	0,0563
32	0,049	0,588	2,28	37,4	22,7		0,00108	1,135	10531	587	0,0564
33	0,049	0,588	2,28	78,2	42,4		0,00108	1,135	25316	2049	0,0813
34	0,049	0,588	2,28	29,3	21,5		0,00108	1,135	7825	527	0,0683
35	0,049	0,588	2,31	33,7	28,1		0,00108	1,135	9282	912	0,0994
36	0,049	0,588	2,27	32,4	34,8		0,00108	1,135	8848	1375	0,1573
37	0,049	0,588	2,22	42,7	16,8		0,00108	1,135	12355	313	0,0256
38	0,049	0,588	2,25	42,4	13,7		0,00108	1,135	12251	211	0,0174

(a)

N°	Réservoir		Masse (kg)	$p_0$ (bar)	Vitesse (m/s)	Type	Volume (m <sup>3</sup> )	$\gamma$	$E_{exp}$ (J)	$E_c$ (J)	$\alpha = \frac{E_c}{E_{exp}}$
	Diamètre (m)	Longueur (m)									
1	0,024	0,12	0,027	28,4	37,7	Fond de réservoir	0,00005	1,4	226	19	0,0852
2	0,024	0,12	0,026	29,1	18		0,00005	1,4	233	4	0,0184
3	0,024	0,12	0,026	21,7	16,7		0,00005	1,4	165	4	0,0225
4	0,024	0,12	0,026	31,8	38,7		0,00005	1,4	257	19	0,0757
5	0,024	0,12	0,025	28,6	36,1		0,00005	1,4	228	16	0,0717
6	0,024	0,12	0,025	25,3	34		0,00005	1,4	198	14	0,0747
7	0,024	0,12	0,024	11,6	13,3		0,00005	1,4	79	2	0,0288
8	0,024	0,12	0,102	23	18	Fond oblong de réservoir	0,00005	1,4	177	17	0,0961
9	0,024	0,12	0,101	29,1	21,6		0,00005	1,4	233	24	0,1036
10	0,024	0,12	0,101	21,8	21,4		0,00005	1,4	166	23	0,1434
11	0,024	0,12	0,102	22,4	16,7		0,00005	1,4	172	14	0,0854
12	0,024	0,12	0,103	11,3	7,1		0,00005	1,4	76	3	0,0364
13	0,024	0,12	0,103	21,5	12		0,00005	1,4	164	7	0,0468
14	0,024	0,12	0,102	28,2	14,7		0,00005	1,4	224	11	0,0503
15	0,024	0,12	0,103	32,5	17,9		0,00005	1,4	264	17	0,0638

(b)

N°	Réservoir		Masse (kg)	$p_0$ (bar)	Vitesse (m/s)	Type	Volume (m <sup>3</sup> )	$\gamma$	$E_{exp}$ (J)	$E_c$ (J)	$\alpha = \frac{E_c}{E_{exp}}$
	Diamètre (m)	Longueur (m)									
1	0,077	0,385	0,314	8	37,7	Fond de réservoir	0,00167	1,135	2330	223	0,1033
2	0,077	0,385	0,297	19,3	50,4		0,00167	1,135	7243	377	0,0533
3	0,077	0,385	1,22	38,6	43,3		0,00167	1,135	16982	1144	0,0680
4	0,077	0,385	1,22	37,2	41,2		0,00167	1,135	16241	1035	0,0644
5	0,077	0,385	2,12	37,2	32,1		0,00167	1,135	16241	1092	0,0680
6	0,077	0,385	3,27	37,6	27,1		0,00167	1,135	16452	1201	0,0737
7	0,077	0,385	2,12	76,9	42,3		0,00167	1,135	38531	1897	0,0494
8	0,077	0,385	3,27	78,2	35,3		0,00167	1,135	39294	2037	0,0521
9	0,077	0,385	0,6	55,5	58,8		0,00167	1,135	26230	1037	0,0398
10	0,077	0,385	1,22	55,5	43,9		0,00167	1,135	26230	1176	0,0451
11	0,077	0,385	2,37	55,5	31,1		0,00167	1,135	26230	1146	0,0440
12	0,077	0,385	0,6	55,5	55,2		0,00167	1,135	26230	914	0,0351
13	0,077	0,385	1,22	55,5	44,2		0,00167	1,135	26230	1192	0,0457
14	0,077	0,385	2,37	55,5	32,6		0,00167	1,135	26230	1259	0,0483
15	0,077	0,385	0,6	37,9	49,4		0,00167	1,135	16611	732	0,0445
16	0,077	0,385	0,318	19,2	58,3		0,00167	1,135	7196	540	0,0769
17	0,077	0,385	0,318	37,6	65,7		0,00167	1,135	16452	686	0,0422
18	0,077	0,385	0,318	55,8	70,6		0,00167	1,135	26398	793	0,0302
19	0,077	0,385	0,32	55,8	68		0,00167	1,135	26398	740	0,0282
20	0,077	0,385	0,313	77,6	87,8		0,00167	1,135	38942	1206	0,0311
21	0,077	0,385	0,313	75,6	83,5		0,00167	1,135	37768	1091	0,0290
22	0,077	0,385	0,291	18,9	45		0,00167	1,135	7055	295	0,0428
23	0,077	0,385	1,2	56,2	42,8		0,00167	1,135	26623	1099	0,0415
24	0,077	0,385	0,3	76,9	84,6		0,00167	1,135	38531	1074	0,0280
25	0,077	0,385	0,291	37,2	57,5		0,00167	1,135	16241	481	0,0299
26	0,077	0,385	0,314	76,9	85,7		0,00167	1,135	38531	1153	0,0301
27	0,049	0,277	2,27	72	40,2	Fond oblong de réservoir	0,00049	1,135	10478	1834	0,1759
28	0,049	0,277	2,24	81	47		0,00049	1,135	12028	2474	0,2065
29	0,049	0,277	2,25	84,4	49,4		0,00049	1,135	12620	2745	0,2184
30	0,049	0,277	2,32	87,2	47,2		0,00049	1,135	13110	2584	0,1979
31	0,049	0,277	2,25	53,1	37,3		0,00049	1,135	7311	1565	0,2156
32	0,049	0,277	2,27	46,9	36,3		0,00049	1,135	6304	1496	0,2391
33	0,049	0,277	2,33	93,4	26,3		0,00049	1,4	8376	806	0,0968
34	0,049	0,277	2,26	92,7	29		0,00049	1,4	8307	950	0,1151
35	0,049	0,277	2,33	50	21,4		0,00049	1,4	4177	534	0,1293
36	0,049	0,277	2,27	38,9	21,9		0,00049	1,4	3144	544	0,1759
37	0,049	0,277	2,29	59,3	23,8		0,00049	1,4	5059	649	0,1295
38	0,049	0,277	2,27	61,3	24,4		0,00049	1,4	5250	676	0,1299
39	0,049	0,277	2,27	86,7	24,7		0,00049	1,4	7716	692	0,0903
40	0,049	0,277	2,27	80	25,9		0,00049	1,4	7059	761	0,1086

(c)



N°	Réservoir		Masse (kg)	$p_0$ (bar)	Vitesse (m/s)	Type	Volume (m <sup>3</sup> )	$\gamma$	$E_{exp}$ (J)	$E_c$ (J)	$\alpha = E_c / E_{exp}$
	Diamètre (m)	Longueur (m)									
1	0,102	0,305	9,54	52,7	2,9	Réservoir Fond et	0,00221	1,4	19965	40	0,0020
2	0,102	0,305	5,66	119,6	10	fond oblong	0,00221	1,4	49495	283	0,0057
3	0,102	0,305	6,32	61,7	8,75	Réservoir	0,00221	1,4	23823	242	0,0103
4	0,102	0,305	6,32	23,8	5,95	Réservoir	0,00221	1,4	8053	112	0,0143
5	0,102	0,305	9,1	45,1	6,2	Réservoir	0,00221	1,4	16751	175	0,0106
6	0,102	0,305	9,19	35,5	4,76	Réservoir	0,00221	1,4	12763	104	0,0083
7	0,102	0,305	6,29	35,5	7,44	Réservoir	0,00221	1,4	12763	174	0,0139
8	0,102	0,305	6,33	20,3	5,24	Réservoir	0,00221	1,4	6690	87	0,0134
9	0,102	0,305	9,22	27,2	5,24	Réservoir	0,00221	1,4	9400	127	0,0138
10	0,102	0,305	8,99	32	5,58	Réservoir	0,00221	1,4	11334	140	0,0126
11	0,102	0,305	6,26	37,6	9,33	Réservoir	0,00221	1,4	13627	272	0,0203
12	0,102	0,305	6,29	38,9	9,7	Réservoir	0,00221	1,4	14165	296	0,0212
13	0,102	0,305	8,93	38,2	6,65	Réservoir	0,00221	1,4	13875	197	0,0145
14	0,102	0,305	9,22	48,6	7,35	Réservoir	0,00221	1,4	18226	249	0,0138
15	0,102	0,305	6,29	41,4	8,84	Réservoir	0,00221	1,4	15203	246	0,0164
16	0,102	0,305	8,97	55,2	7,35	Réservoir Fond et	0,00221	1,4	21032	242	0,0116
17	0,102	0,305	4,21	62,1	10,6	fond oblong	0,00221	1,4	23996	237	0,0099
18	0,102	0,305	9,1	72,8	8,34	Réservoir	0,00221	1,4	28644	316	0,0111
19	0,305	1,02	47,5	76,9	39	Fond oblong	0,06709	1,4	922284	36124	0,0395
20	0,305	1,09	62,35	61	43,9	Réservoir	0,07221	1,4	766999	60081	0,0791
21	0,305	1,22	57	121,7	61	Fond oblong	0,08171	1,4	1861335	106049	0,0572
22	0,305	1,22	82,5	76,9	23,2	Réservoir	0,08171	1,4	1123144	22202	0,0199
23	0,305	1,22	62,5	83,8	54,6	Fond oblong	0,08171	1,4	1235228	93161	0,0759
24	0,305	1,22	72,5	87,2	36,9	Fond et oblong	0,08171	1,4	1290708	49358	0,0385

(d)

Tableau 2.11. Valeurs expérimentales de la vitesse  
 (a) [Baum M.R., 1998] ; (b) [Baum M.R., 1999a] ;  
 (c) [Baum M.R., 1999b] ; (d) [Baum M.R., 2001].

### *b. Distribution de probabilité du facteur multiplicatif $\alpha$*

En réalité, le facteur  $\alpha$  dont les valeurs expérimentales sont reportées dans le Tableau 2.12 est considéré comme une variable aléatoire. Afin de déterminer une distribution probabiliste adéquate, une étude est conduite ci-dessous à l'aide du principe du maximum d'entropie, voir l'Annexe II [Kapur J.N., 1989 ; Mébarki A. et al., 2008b] :

$$p_{\alpha}(\alpha) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 g_1(\alpha) - \lambda_2 g_2(\alpha) - \dots - \lambda_m g_m(\alpha)) \quad (2.21)$$

Où  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m$  et  $g_1(n), g_2(n), \dots, g_m(n)$  désignent respectivement des multiplicateurs de Lagrange et les informations disponibles.

N°	Intervalle de $\alpha$	Nombre d'essais	Fréquence expérimentale	Fréquence théorique
1	]0 ; 0,02]	23	0,1966	0,1796
2	]0,02 ; 0,04]	34	0,2906	0,2181
3	]0,04 ; 0,06]	22	0,1880	0,1874
4	]0,06 ; 0,08]	12	0,1026	0,1397
5	]0,08 ; 0,1]	7	0,0598	0,0964
6	]0,1 ; 0,12]	6	0,0513	0,0633
7	]0,12 ; 0,14]	3	0,0256	0,0402
8	]0,14 ; 0,16]	2	0,0171	0,0249
9	]0,16 ; 0,18]	2	0,0171	0,0151
10	]0,18 ; 0,2]	2	0,0171	0,0091
11	]0,2 ; 0,22]	3	0,0256	0,0054
12	]0,22 ; 0,24]	1	0,0085	0,0031

Tableau 2.12. Distribution probabiliste du facteur multiplicatif.

Les informations disponibles correspondent à :

- L'espérance mathématique d'ordre 1, notée  $E_1$  (la moyenne du facteur multiplicatif),
- L'espérance mathématique du logarithme en  $\alpha$ , notée  $E(\ln(\alpha))$ .

De plus le facteur  $\alpha$  est borné dans l'intervalle  $D = ]0 ; 0,24]$ , voir le Tableau 2.12. Donc la p.d.f. de ce facteur peut s'écrire sous la forme :

$$p_{\alpha}(\alpha) = e^{-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)} \quad (2.22)$$

Les valeurs des espérances mathématiques sont :

- L'espérance mathématique d'ordre 1,  $E_1$  :

$$E_1 = \int_{\text{Support}=D} \alpha e^{-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)} d\alpha \quad (2.23)$$

$$E_1 \approx \sum_{i=1}^{12} 0,02 \alpha e^{-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)} \text{ avec } \alpha = 0,02(i-1) + 0,01 \text{ et } \Delta\alpha = 0,02 \quad (2.24)$$

- L'espérance mathématique du logarithme en  $\alpha$ ,  $E(\ln(\alpha))$  :

$$E(\ln(\alpha)) = \int_{\text{Support}=D} \ln(\alpha) e^{-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)} d\alpha \quad (2.25)$$

$$E(\ln(\alpha)) \approx \sum_{i=1}^{12} 0,02 \ln(\alpha) e^{-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)} \text{ avec } \alpha = 0,02(i-1) + 0,01 \text{ et } \Delta\alpha = 0,02 \quad (2.26)$$

En s'appuyant sur les données reportées dans le Tableau 2.12, les valeurs des espérances mathématiques sont :  $E_1 = 0,0577$  et  $E_{\ln(\alpha)} = -3,2136$ . Les multiplicateurs de Lagrange sont obtenus en résolvant le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\text{Support}=D} \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)) d\alpha = 1 \\ \int_{\text{Support}=D} \alpha \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)) d\alpha = E_1 \\ \int_{\text{Support}=D} \ln(\alpha) \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \ln(\alpha)) d\alpha = E(\ln(\alpha)) \end{array} \right. \quad (2.27)$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = -4,8869; \lambda_1 = 24,9431; \lambda_2 = -0,4793 \quad (2.28)$$

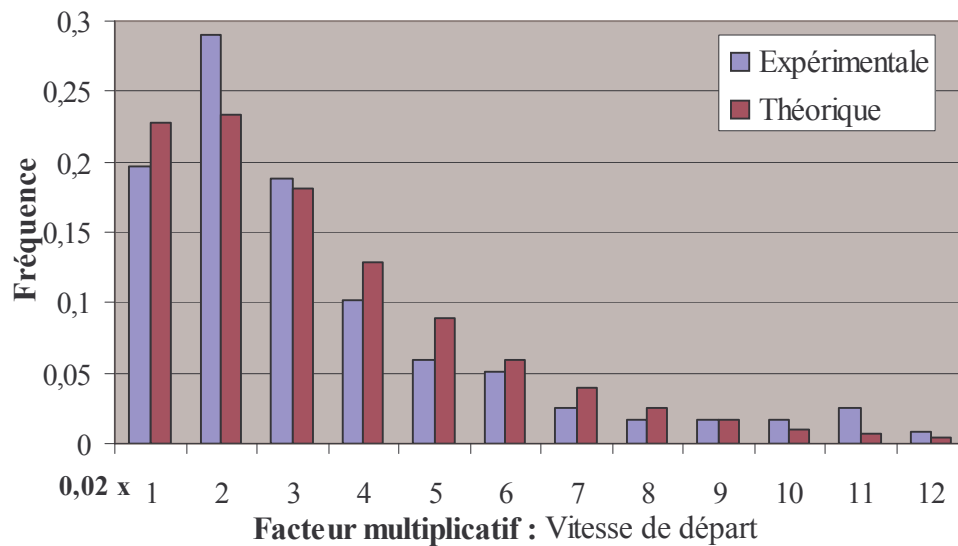


Figure 2.12. Valeurs expérimentale et théorique du facteur  $\alpha$ .

La Figure 2.12 montre une bonne concordance entre les valeurs théoriques et les observations expérimentales du facteur  $\alpha$ .

**Bilan :** On considère le facteur multiplicatif de la vitesse de départ comme une variable aléatoire ayant une distribution exponentielle continue.

**Tirage :** Afin de générer le facteur multiplicatif  $\alpha$ , on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1]$  ayant une distribution uniforme. Ainsi, le facteur multiplicatif est obtenu à partir de  $\alpha = F^{-1}(U)$  où  $F$  est la fonction de répartition de  $\alpha$  :  $F(\alpha) = \int_0^\alpha p_\alpha(\alpha) d\alpha$ .

## 2.2.5. Angles de départ

### 2.2.5.1. Cas de l'explosion d'un réservoir sphérique

#### a. Angle horizontal de départ

Les données accidentelles de l'angle horizontal de départ sont reportées en Figure 2.13 et dans le Tableau 2.13 [Holden P.L., 1988].

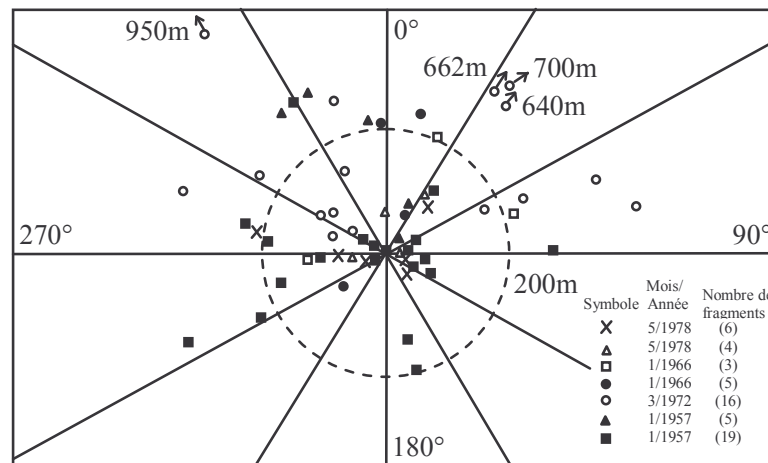


Figure 2.13. Distribution expérimentale des projectiles (cas du réservoir sphérique) [Holden P.L., 1988].

Secteurs	Nombre de fragments	Moyenne du nombre	Probabilité (%)
1 [0° ; 30°[ et 12 [330° ; 360°[	5 ; 6	5,5	9,48
2 [30° ; 60°[ et 11 [300° ; 330°[	7 ; 9	8,0	13,79
3 [60° ; 90°[ et 10 [270° ; 300°[	9 ; 6	7,5	12,93
4 [90° ; 120°[ et 9 [240° ; 270°[	4 ; 8	6,0	10,34
5 [120° ; 150°[ et 8 [210° ; 240°[	1 ; 1	1,0	1,72
6 [150° ; 180°[ et 7 [180° ; 210°[	2 ; 0	1,0	1,72

Tableau 2.13. Distribution expérimentale par secteur pour l'angle horizontal de départ (cas du réservoir sphérique) [Holden P.L., 1988].

Etant donné que l'explosion peut s'amorcer n'importe où dans le réservoir sphérique, on peut supposer que l'angle horizontal de départ suit une distribution uniforme de support  $[0^\circ ; 360^\circ[$ .

**Bilan :** On considère l'angle horizontal de départ comme une variable aléatoire de support  $[0^\circ ; 360^\circ[$  ayant une distribution uniforme.

**Tirage :** Afin de générer l'angle horizontal de départ, on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1[$  ayant une distribution uniforme. Ainsi, l'angle horizontal de départ est donné par  $\theta = 2\pi U$ .

#### b. Angle vertical de départ

Contrairement à ce qui précède, on ne peut pas prendre une distribution uniforme pour l'angle vertical de départ  $\varphi$ . En effet, on a pu observer, lors de simulations, une concentration de fissures aux extrémités verticales du réservoir sphérique, ce qui est incompatible avec l'hypothèse que l'explosion peut s'amorcer n'importe où. Par conséquent, il est nécessaire de déterminer précisément une autre loi de probabilité pour cette variable.

Pour cela, on se donne un repère fixe (O, X, Y, Z) dans lequel on considère une sphère de rayon  $r$  et de centre O. On associe une base sphérique à tout point M de cette sphère. Ainsi, l'aire d'une surface élémentaire est  $r^2 \cos \varphi d\varphi d\theta$  et sa densité de probabilité est  $\frac{1}{4\pi r^2}$ ,

voir la Figure 2.14. Donc la probabilité de cet élément peut s'exprimer en coordonnées sphériques [Gubinelli G. et al., 2004] :

$$\frac{r^2 \cos \varphi d\varphi d\theta}{r^2 4\pi} = \frac{\cos \varphi d\varphi}{2} \frac{d\theta}{2\pi} = \frac{d(\sin \varphi)}{2} \frac{d\theta}{2\pi} = (f_\varphi(\varphi)d\varphi)(f_\theta(\theta)d\theta) \quad (2.29)$$

Où  $f_\theta(\theta) = (2\pi)^{-1}$  et  $f_\varphi(\varphi) = 1/2$  représentent respectivement la p.d.f. de l'angle horizontal de départ et celle de  $\sin(\varphi)$  distribuée uniformément dans l'intervalle  $[-1 ; +1]$ . On rappelle que la surface totale du réservoir sphérique est égale à  $4\pi r^2$ .

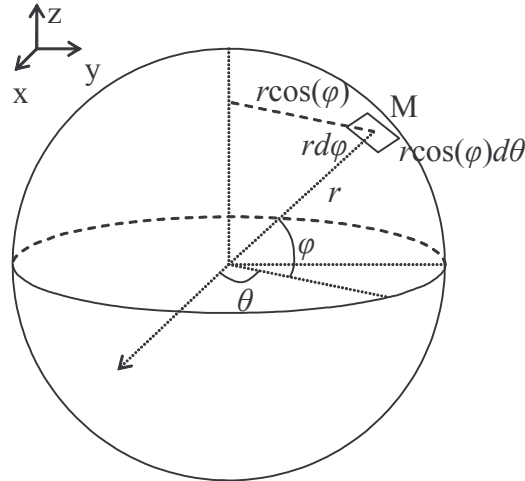


Figure 2.14. Distribution des angles de départ après l'explosion d'un réservoir sphérique.

**Bilan :** On considère le sinus de l'angle vertical de départ comme une variable aléatoire de support  $[-1 ; +1]$  ayant une distribution uniforme.

**Tirage :** Afin de générer cet angle, on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1]$  ayant une distribution uniforme. L'angle vertical est calculé à partir de  $\sin(\varphi) = 2U - 1$  ou  $\varphi = \arcsin(2U - 1)$ .

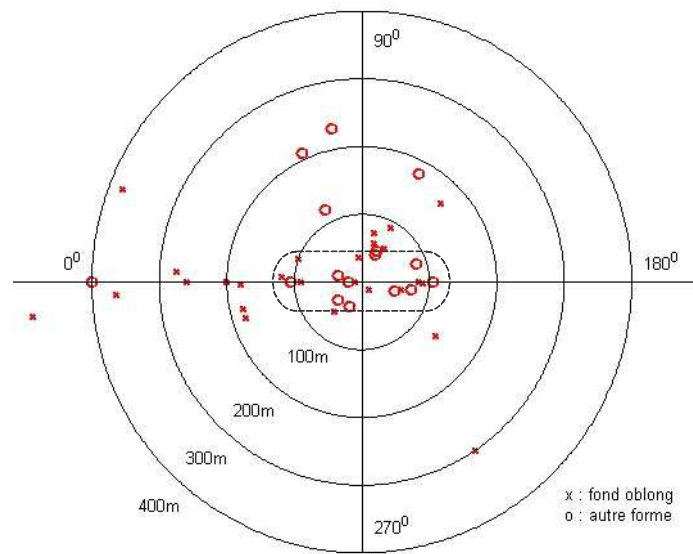
#### 2.2.5.2. Cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique

##### a. Angle horizontal de départ

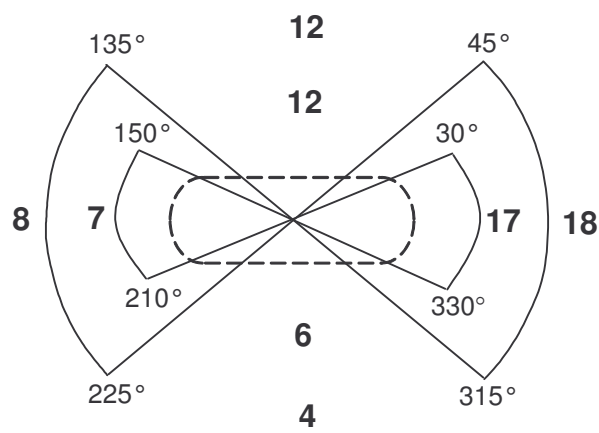
Le rapport des accidents passés [Holden P.L., 1985, 1988] montre l'existence d'une direction privilégiée lors de l'explosion d'un réservoir cylindrique. En effet, une majorité de projectiles se retrouve dans une zone de  $30^\circ$  autour de l'axe longitudinal du réservoir comme le montre la Figure 2.15. Selon l'analyse statistique de dix-sept accidents de type BLEVE, 24 fragments sur 42, soit 60%, sont projetés dans un secteur angulaire de  $60^\circ$  autour de l'axe du réservoir. Le reste, soit 40% des projectiles, est projeté de manière perpendiculaire, voir aussi le Tableau I.4 en Annexe I. Ainsi, une distribution uniforme par partie est considérée pour l'angle horizontal de départ, à savoir 20% des projectiles dans l'intervalle  $[30^\circ ; 150^\circ]$ , 30% dans l'intervalle  $[150^\circ ; 210^\circ]$ , 20% dans l'intervalle  $[210^\circ ; 330^\circ]$  et 30% dans l'intervalle  $[330^\circ ; 30^\circ]$  [Holden P.L., 1988], voir la Figure 2.15.

Il est important de noter que les projectiles, en forme de fond de réservoir et de fond oblong de réservoir, sont principalement retrouvés le long de l'axe du réservoir tandis que ceux en forme de plaque sont projetés de façon radiale. Evidemment, quelques exceptions n'obéissent pas à cette observation à cause du mouvement de rotation lors de la séparation des

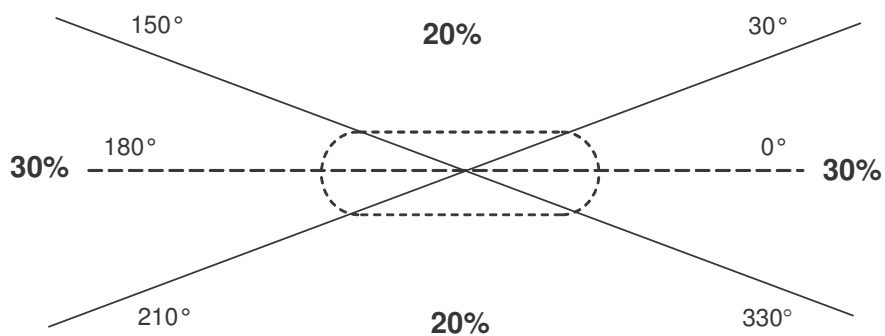
projectiles.



(a)



(b)



(c)

Figure 2.15. Distribution des projectiles (cas du réservoir cylindrique) [Holden P.L., 1988]  
 (a) Observation accidentelle ; (b) Distribution globale ; (c) Distribution proposée.

**Bilan :** On considère l'angle horizontal de départ comme une variable aléatoire de

distribution uniforme par parties sur  $[0^\circ ; 360^\circ]$ .

**Tirage :** Afin de générer l'angle horizontal de départ, on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1[$  ayant une distribution uniforme. Cet angle suit une distribution uniforme par parties, à savoir :

- dans l'intervalle  $[30^\circ ; 150^\circ[$  si  $U \in [0 ; 0,2[$ ,
- dans l'intervalle  $[150^\circ ; 210^\circ[$  si  $U \in [0,2 ; 0,5[$ ,
- dans l'intervalle  $[210^\circ ; 330^\circ[$  si  $U \in [0,5 ; 0,7[$ ,
- dans l'intervalle  $[330^\circ ; 30^\circ[$  si  $U \in [0,7 ; 1[$ , voir la Figure 2.16.

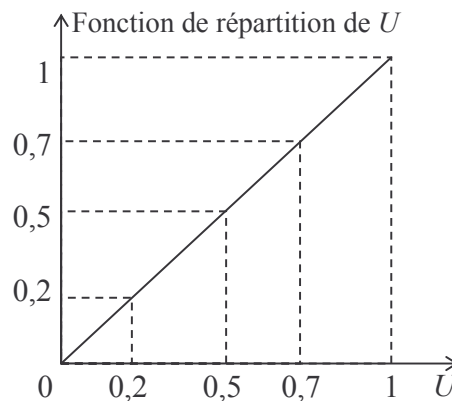


Figure 2.16. Tirage aléatoire pour l'angle horizontal (cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique).

#### b. Angle vertical de départ

Aucune information expérimentale n'est disponible pour l'angle vertical de départ. Sachant que la fissure peut s'initier n'importe où dans le réservoir et tenant compte de la remarque faite pour le réservoir sphérique, cf. §2.2.5.1.b, il est possible de supposer que la variable aléatoire  $\sin(\varphi)$  est distribuée uniformément dans l'intervalle  $[-1 ; +1]$ , voir la Figure 2.14.

**Bilan :** On considère le sinus de l'angle vertical de départ comme une variable aléatoire de distribution uniforme sur  $[-1 ; +1]$ .

**Tirage :** Afin de générer cette variable, on utilise une autre variable aléatoire  $U$  de support  $[0 ; 1]$  ayant une distribution uniforme. Ainsi, l'angle vertical est obtenu à partir de  $\sin(\varphi) = 2U - 1$  ou  $\varphi = \arcsin(2U - 1)$ .

#### 2.2.5.3. Angles de départ du projectile

Aucune information n'est disponible sur les angles de départ du projectile. Cependant, pour mener à bien nos simulations, il est nécessaire de formuler des hypothèses sur leurs valeurs. Ainsi, on suppose que :

- l'angle horizontal de départ a une distribution uniforme de support  $[0^\circ ; 360^\circ[$ ,
- le sinus de l'angle vertical de départ a une distribution uniforme de support  $[-1 ; +1]$ .

Ainsi, toute l'information probabiliste des termes sources est résumée dans le Tableau 2.14 [Mébarki A. et al., 2009a ; Nguyen Q.B. et al., 2009a].

Variable aléatoire	P.d.f. dans le cas du réservoir cylindrique	P.d.f. dans le cas du réservoir sphérique
<b>n</b> : Nombre de fragments	Distribution exponentielle discrète	Distribution uniforme discrète
<b>f<sub>p</sub></b> : Fréquence de chaque forme du projectile	Distribution uniforme pour chaque forme : fond de réservoir, fond oblong de réservoir et plaque	Distribution uniforme pour chaque forme : fond de réservoir et plaque
<b>m<sub>p</sub></b> : Masse du projectile	Calculée en connaissant la forme et les dimensions, qui sont distribuées uniformément	Calculée en connaissant la forme et les dimensions, qui sont distribuées uniformément
<b>v<sub>p</sub></b> : Vitesse de départ	Facteur multiplicatif $\alpha$ a une distribution exponentielle	Facteur multiplicatif $\alpha$ a une distribution exponentielle
<b><math>\varphi</math></b> : Angle vertical de départ	$\sin(\varphi)$ a une distribution uniforme	$\sin(\varphi)$ a une distribution uniforme
<b><math>\theta</math></b> : Angle horizontal de départ	Distribution uniforme par partie	Distribution uniforme

Tableau 2.14. Récapitulation des termes sources.

### 2.3. Simulation et analyse de sensibilité

Des simulations de Monte Carlo sont effectuées afin d'analyser la convergence des termes sources. Le cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique est étudié. A titre d'illustration, dans cette étude, on procède à 100, 1000 ou 10000 tirages. Les valeurs obtenues par les simulations de Monte Carlo sont comparées aux valeurs expérimentales et théoriques pour certaines variables dont le nombre de fragment, la forme du projectile, l'angle horizontal de départ et le facteur multiplicatif. Les résultats montrent que 1000 simulations fournissent déjà une bonne approximation des distributions probabilistes étudiées, voir les Figure 2.17 – Figure 2.20.



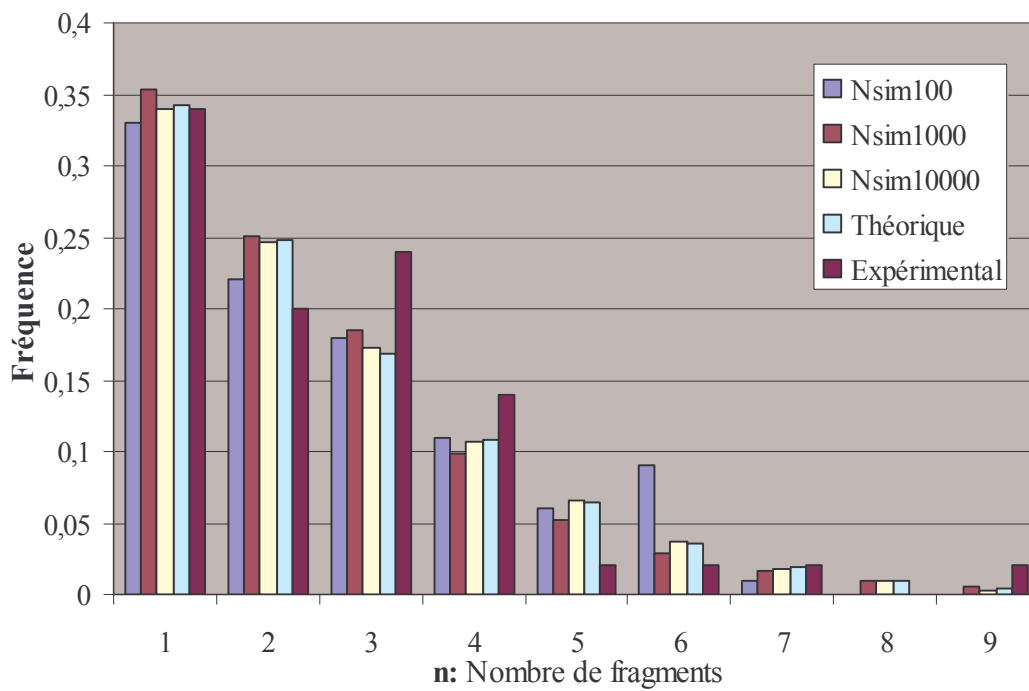


Figure 2.17. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour le nombre de fragment.

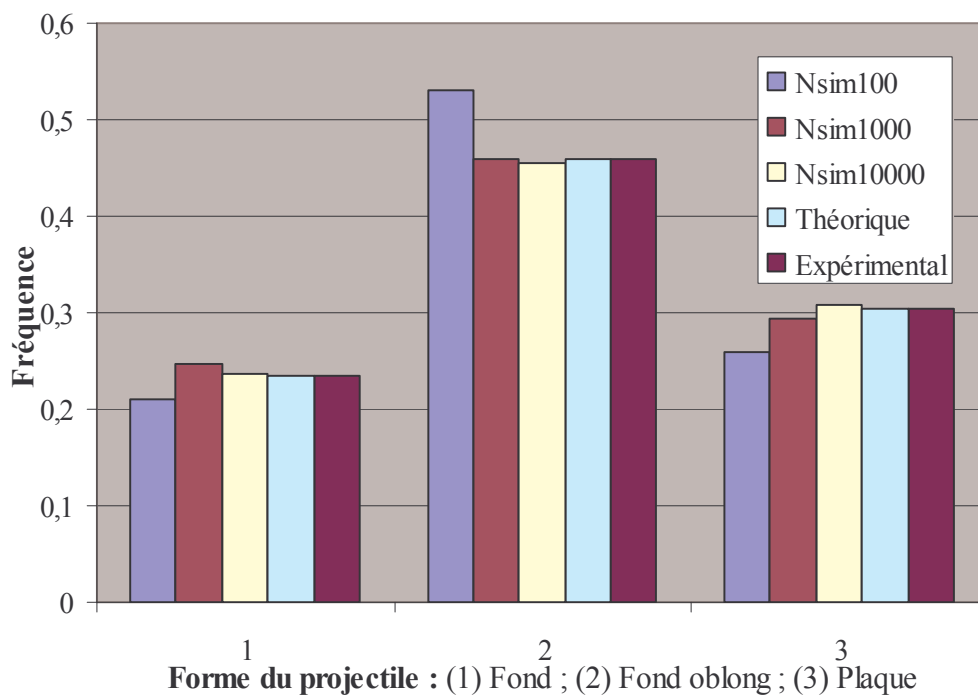


Figure 2.18. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour la forme du projectile.

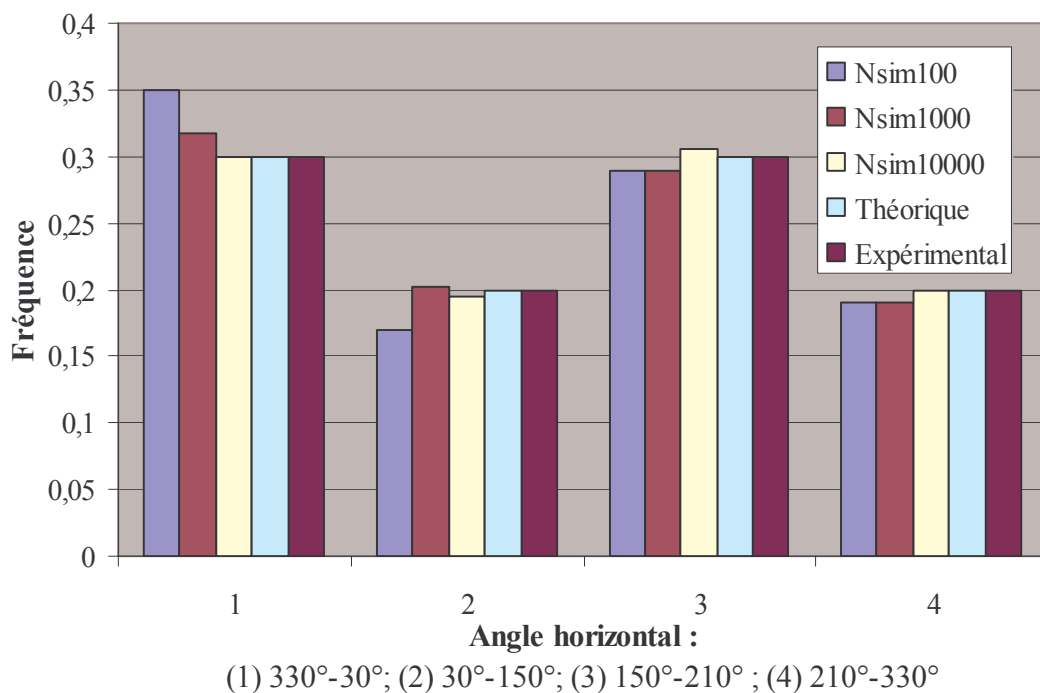


Figure 2.19. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour l'angle horizontal de départ.

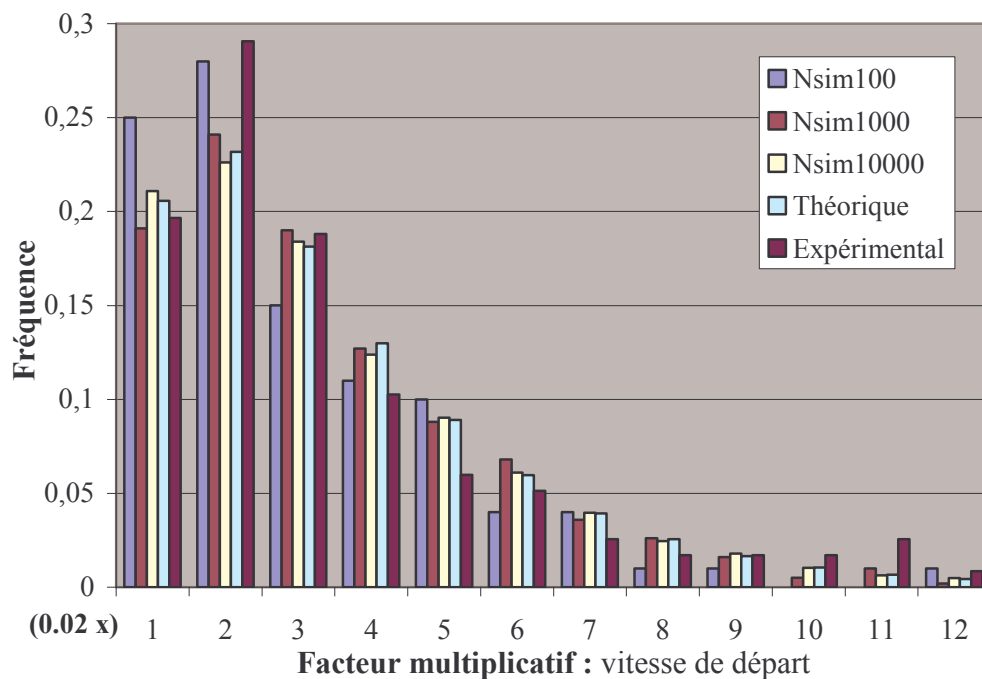


Figure 2.20. Valeurs expérimentale et théorique simulée pour le facteur multiplicatif.

## 2.4. Conclusion

L'explosion d'un réservoir engendre un ensemble de projectiles dont les caractéristiques sont leur nombre, leur forme, leur masse, leur vitesse de départ et leurs angles de départ. Ces grandeurs sont toutes considérées comme des variables aléatoires, supposées indépendantes

les unes des autres. Une loi de probabilité a été déterminée pour chacune entre elles. Puis, des simulations de Monte Carlo ont été réalisées afin de générer les termes sources. Un échantillon acceptable de chaque variable aléatoire a été construit avec seulement 1000 tirages.

Après avoir déterminé les termes sources, il devient nécessaire de développer les équations du mouvement des projectiles pour analyser leurs possibilités d'impact sur les cibles environnantes.

## CHAPITRE 3

### ANALYSE DE L'IMPACT

Les projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique ou sphérique peuvent constituer des menaces mécaniques pour les installations voisines. Le Chapitre 2 est consacré à l'étude probabiliste des termes sources.

L'objectif de ce chapitre est de définir la trajectoire du projectile ainsi que la condition d'impact sur les équipements environnants. La combinaison des effets d'inertie, de gravitation et d'aérodynamique permet d'identifier la trajectoire du projectile. Les mouvements de translation et de rotation sont également étudiés. On se limite au cas de cibles de forme cylindrique, ellipsoïdale (ou sphérique) ou cubique (ou plaque).

#### 3.1. Cinématique du projectile

Les trajectoires des projectiles générés par l'explosion d'un réservoir proviennent de la combinaison des effets d'inertie, de gravitation et d'aérodynamique. Celles-ci influent directement sur la condition d'impact, voir la Figure 3.1.

##### 3.1.1. Forces appliquées au projectile

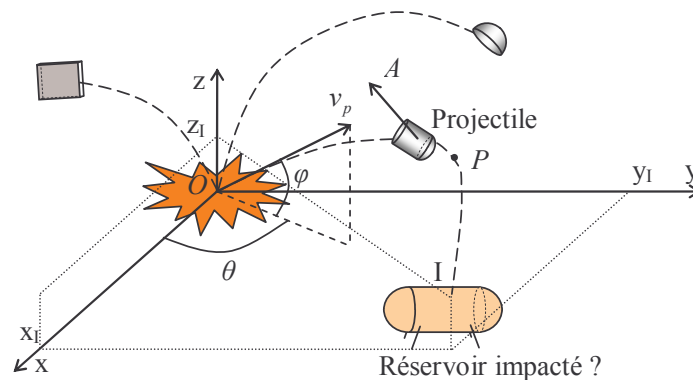


Figure 3.1. Description de la trajectoire du projectile.

Lors d'une explosion, le mouvement et la trajectoire d'un projectile dépendent principalement des forces suivantes, voir les Figure 3.1 et Figure 3.2 :

- La force de gravitation  $W = g.m_p$ , où  $g$  est le vecteur accélération due à la pesanteur ;
- La force d'inertie  $T = \frac{dv_p}{dt} m_p$ , dont la direction est celle du déplacement du projectile ;
- La force aérodynamique  $A$ , qui se décompose en deux composantes, à savoir la force de traînée  $D$  (drag) et la force de portance  $L$  (lift) [Milne-Thomson L.M., 1973].

On définit un repère cartésien (O, X, Y, Z) dont le centre coïncide avec l'origine de l'explosion, c'est-à-dire avec le point de départ des projectiles comme l'illustre la Figure 3.1. L'équilibre du projectile est alors donné par l'équation vectorielle suivante :

$$D + L + gm_p + \frac{dv_p}{dt} m_p = 0 \quad (3.1)$$

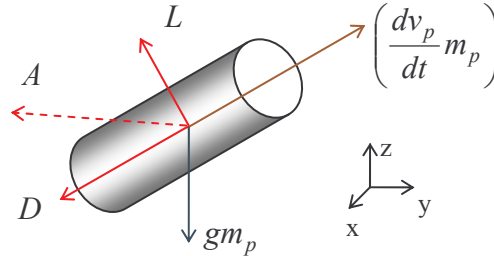


Figure 3.2. Forces s'exerçant sur le projectile.

#### 3.1.1.1. Force de traînée

Au cours de son mouvement, un projectile est ralenti par les forces de frottement dues à l'air. La somme de ces forces de frottement est appelée force de traînée  $D$ . Elle a la même direction que le mouvement du projectile mais de sens opposé, voir la Figure 3.3.

La force de traînée dépend de la masse volumique de l'air  $\rho_{air}$ , de la vitesse du projectile  $v_p$  et de la surface frontale (maître couple)  $S_D$  de sorte que :

$$D = \frac{1}{2} \rho_{air} v_p^2 C_D S_D \quad (3.2)$$

Où  $C_D$  est le coefficient de traînée.

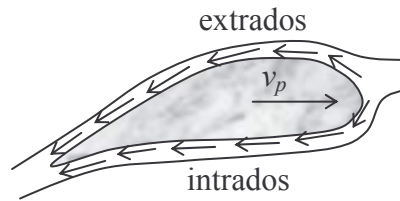


Figure 3.3. Force de traînée s'exerçant sur le projectile [Milne-Thomson L.M., 1973].

#### 3.1.1.2. Force de portance

L'existence d'une inclinaison entre la corde et le mouvement du projectile, i.e. entre l'axe principal du projectile et sa vitesse, génère une différence de pression entre la zone d'intrados et d'extrados, ce qui modifie la trajectoire du projectile. Selon les cas, le projectile peut prendre de l'altitude ou en perdre. La force de portance  $L$  est donc créée par une différence de pression entre les faces du projectile, voir la Figure 3.4. Cette force est perpendiculaire au déplacement. Plus précisément, elle est ascendante lorsque l'incidence est positive et descendante dans le cas contraire. On rappelle que l'incidence est l'angle entre l'axe principal du projectile et l'écoulement.

La force de portance est donnée par la formule :

$$L = \frac{1}{2} \rho_{air} v_p^2 C_L S_L \quad (3.3)$$

Où  $C_L$  est le coefficient de portance.

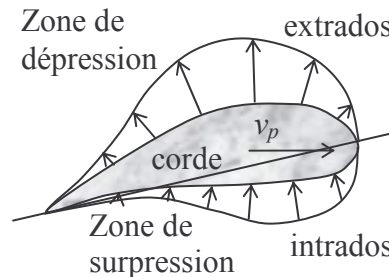


Figure 3.4. Force de portance s'exerçant sur le projectile [Milne-Thomson L.M., 1973].

### 3.1.1.3. Coefficients de traînée et de portance

Les coefficients de traînée  $C_D$  et de portance  $C_L$  dépendent principalement de la géométrie du projectile ainsi que de la direction de son mouvement. Dans cette étude, ces coefficients sont obtenus à partir des données expérimentales disponibles dans les rapports existants [Hauptmanns U., 2001a, 2001b ; Liu P. et al., 2003].

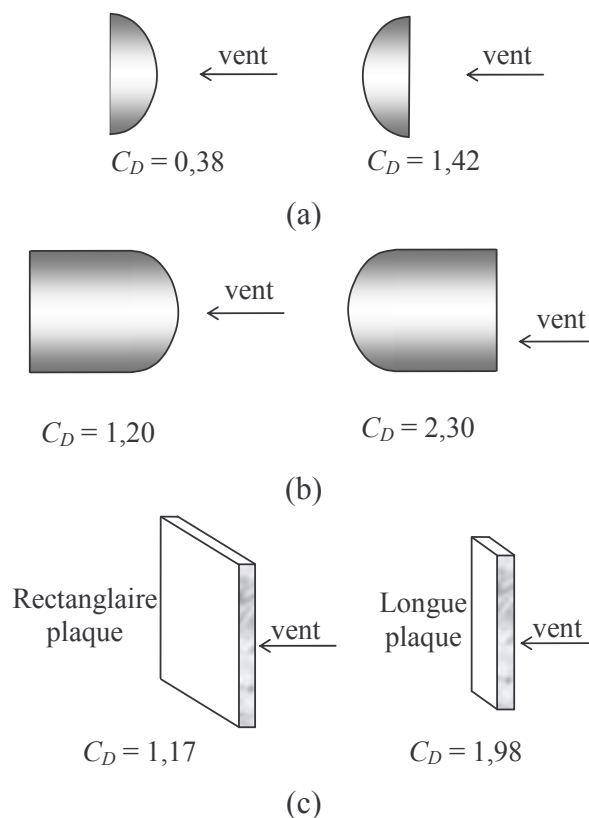


Figure 3.5. Valeurs expérimentales du coefficient de traînée  
(a) fond de réservoir ; (b) fond oblong de réservoir ; (c) plaque.

Le coefficient de traînée  $C_D$  suit une distribution uniforme dans l'intervalle  $[0,8 ; 1,1]$  pour des fonds de réservoir et dans  $[1,1 ; 1,8]$  pour des viroles alors que le coefficient de portance,

défini uniquement pour les fonds de réservoir, s'obtient par la formule  $C_L = 0,351 + 0,6723.\alpha$  où l'angle d'attaque  $\alpha$  est compris dans l'intervalle  $[0^\circ ; 10^\circ]$  [Hauptmanns U., 2001a].

De plus, à partir des données expérimentales, voir les Figure 3.5 et Figure 3.6 [Hauptmanns U., 2001a, 2001b ; Liu P. et al., 2003], les coefficients de traînée et de portance peuvent être décrits par des fonctions des angles d'incidence pour chaque forme de projectile considérée. Cependant, il est important de souligner l'insuffisance des données expérimentales sur ces deux coefficients.

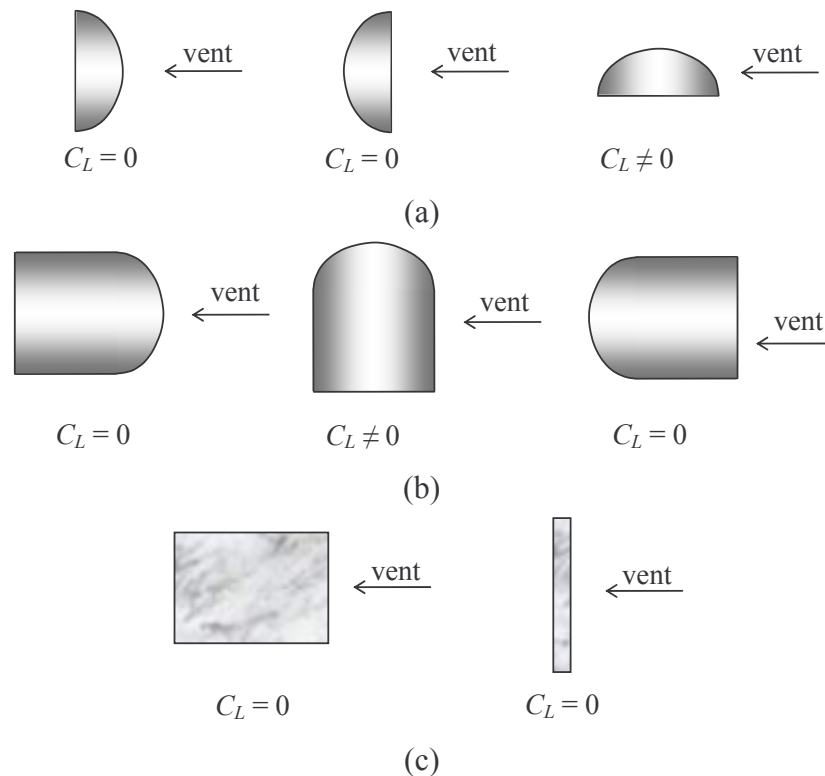


Figure 3.6. Valeurs expérimentales du coefficient de portance (a) fond de réservoir ; (b) fond oblong de réservoir ; (c) plaque.

**Bilan :** Les coefficients de traînée  $C_D$  et de portance  $C_L$  sont décrits par des fonctions des angles d'incidence constatés expérimentalement pour chaque forme.

### 3.1.2. Description du mouvement d'un projectile

La trajectoire du projectile permet d'estimer la probabilité d'impact  $P_{imp}$  avec une cible donnée, voir la Figure 3.7. En cas d'impact, la condition d'impact permettant d'identifier le point d'impact, la vitesse ainsi que les angles du projectile est étudiée. La probabilité d'impact dépend des termes sources et de cette condition d'impact.

Dans un premier temps, les modèles existants de trajectoire sont analysés. Ensuite, deux approches cinématiques sont proposées pour le mouvement du projectile, à savoir

- *Une approche simplifiée* : le mouvement est analytiquement défini sous l'hypothèse de constance des coefficients de traînée et de portance au cours du mouvement [Mébarki A. et al., 2009b ; Nguyen Q.B. et al., 2009a],
- *Une approche complète* : le mouvement est numériquement calculé pour toutes valeurs prises par les coefficients de traînée et de portance au cours du mouvement [Mébarki A. et

al., 2009b].

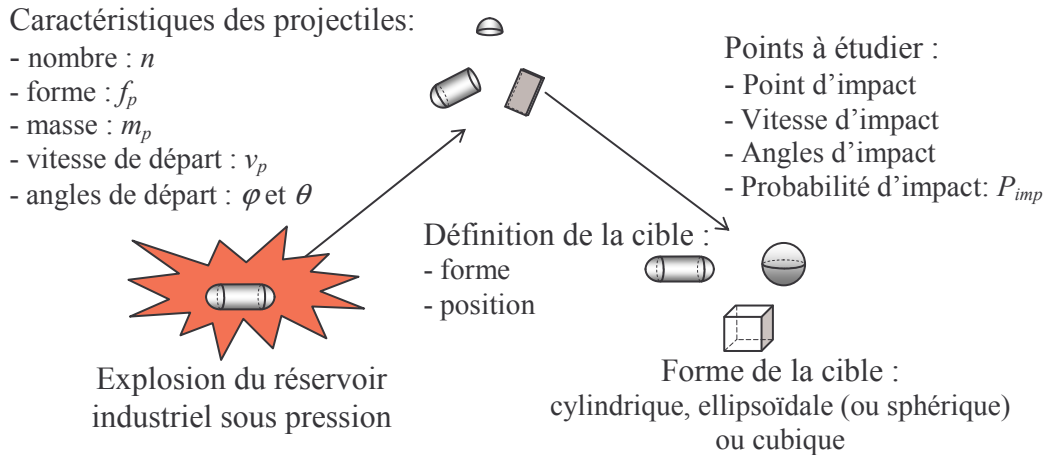


Figure 3.7. Séquence de l'effet domino : génération des fragments, impact et interaction avec des cibles.

### 3.1.2.1. Modèle du mouvement de Hauptmanns

Hauptmanns a proposé de réduire, sous certaines conditions, le mouvement du projectile au mouvement 2D du centre de masse, ce qui conduit au système suivant [Hauptmanns U., 2001a, 2001b] :

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\rho_{air} C_D S_D}{2m_p} \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = 0 \\ \frac{d^2z}{dt^2} + (-1)^q \frac{\rho_{air} (C_D S_D - (-1)^q C_L S_L)}{2m_p} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + g = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

Où  $q$  est pair pour la phase ascendante et impair pour la phase descendante.

Il est important de remarquer que la force de portance n'intervient que dans la seconde équation du système (3.4). En effet, Hauptmanns a supposé que cette force avait la même direction que la force d'inertie mais un sens différent suivant la phase. Il a aussi fait l'hypothèse de l'indépendance des termes en  $x$  et  $y$ . Les résultats obtenus sont comparés aux données existantes des accidents, voir la Figure 3.8. Toutefois, aucun résultat analytique n'est obtenu dans le cas où  $(C_D S_D - (-1)^q C_L S_L) < 0$ .

### 3.1.2.2. Modèle du mouvement de Gubinelli

S'appuyant sur le modèle de Hauptmanns, Gubinelli décrit le mouvement du centre du projectile par les équations suivantes, voir la Figure 3.9 [Gubinelli & al. 2004] :

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + k \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = 0 \\ \frac{d^2z}{dt^2} + (-1)^q k \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + g = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$



$$k = a \frac{C_D S_D}{m_p} - b \quad (3.6)$$

Où  $k$  désigne un facteur de traînée alors que  $a$  et  $b$  sont des constantes de valeurs  $0,69 \text{ kg/m}^3$  et  $3,28.10^{-5} \text{ m}^{-1}$  respectivement.

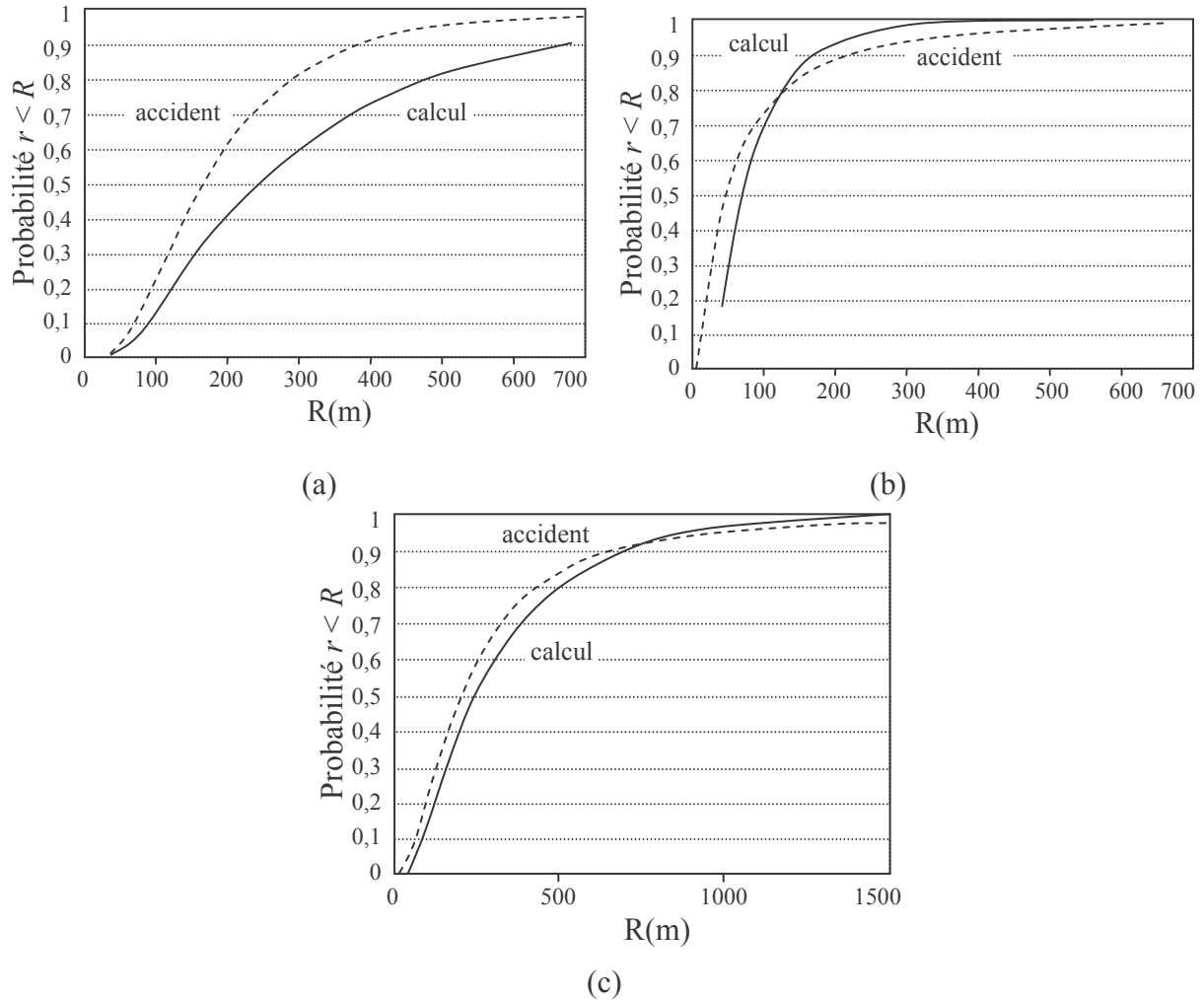


Figure 3.8. Résultat du modèle Hauptmanns : valeurs expérimentale et théorique (a) l'accident GPL (propane) ; (b) l'accident GPL (butane) ; (c) l'accident Mexico [Hauptmanns U., 2001a].

Pour le modèle *distance minimale*, la probabilité d'impact peut s'écrire sous la forme [Gubinelli & al. 2004] :

$$P_{imp} \approx \frac{\Delta\theta}{2\pi} [0,5 - PI] \quad (3.7)$$

$$PI = z_1 \frac{D_{\min}}{D_{\max}} + z_2 \left( \frac{D_{\min}}{D_{\max}} \right)^{20} + (0,5 - z_1 - z_2) \exp \left[ z_3 \frac{D_{\min} - D_{\max}}{D_{\min}} \right] \quad (3.8)$$

Où  $z_1, z_2, z_3$  désignent des paramètres expérimentaux dépendant du facteur de traînée  $k$  et de la vitesse de départ [Gubinelli & al. 2004],  $D_{max}$  la distance maximale parcourue par un projectile et  $D_{min} = D - R$  avec  $D$  l'abscisse du centre de la cible et  $R$  son rayon.

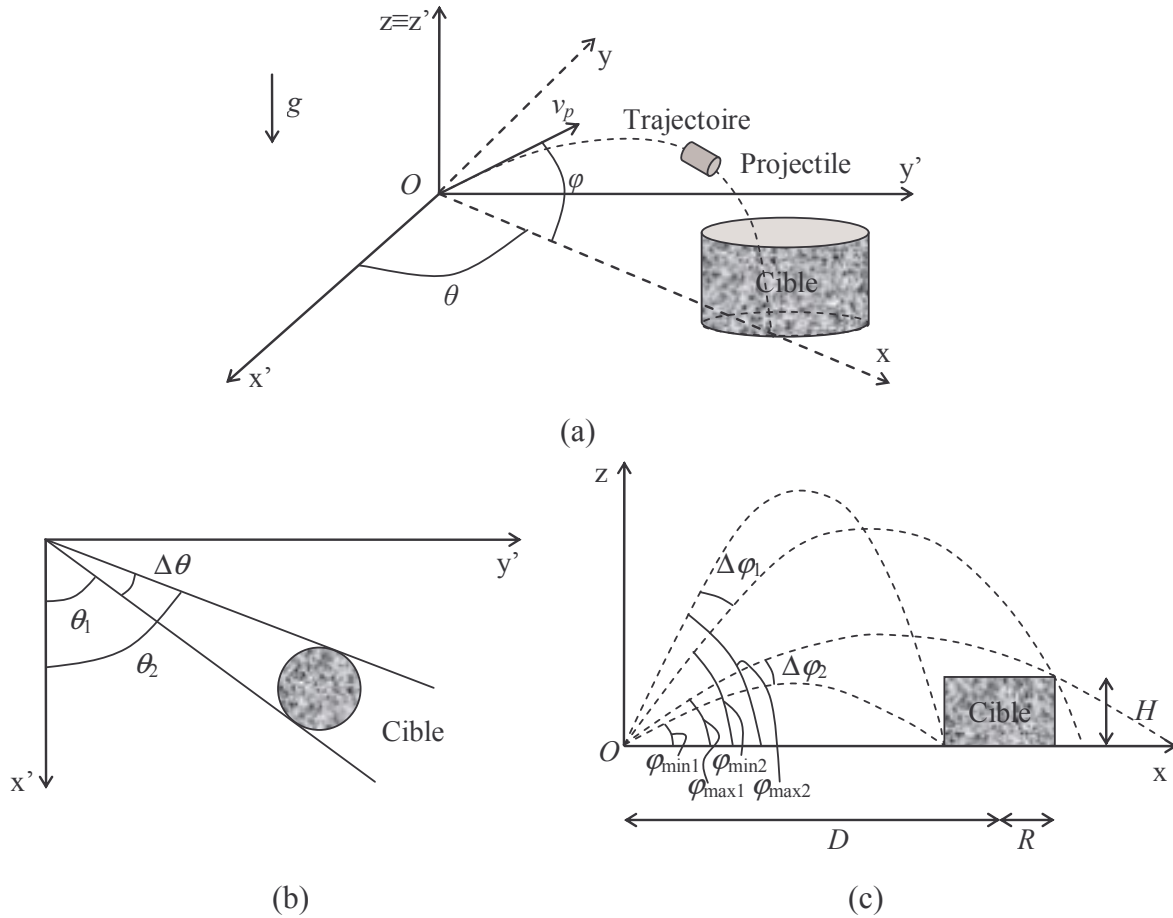


Figure 3.9. Trajectoire du projectile (Modèle de Gubinelli) [Gubinelli & al. 2004]  
(a) système de coordonnées ; (b) trajectoire sur  $(x'y')$  ; (c) trajectoire sur  $(xz)$ .

On soulignera que, dans ce modèle, le projectile est réduit à un point massif alors que la cible est un réservoir cylindrique vertical, voir la Figure 3.9. Par conséquent, la forme du projectile n'est pas prise en compte dans l'identification du facteur de traînée, ce qui induit une erreur non négligeable dans les calculs. Tout comme Hauptmanns, Gubinelli n'a pas considéré l'influence de la force de portance sur la trajectoire du projectile. Cela nous conduit à développer un autre modèle du mouvement du projectile.

### 3.1.2.3. Approche simplifiée du mouvement du projectile

Dans cette approche, les coefficients de traînée et de portance sont supposés constants tout au long du mouvement. Ainsi, les équations décrivant la trajectoire du centre du projectile prennent la forme [Mébarki A. et al., 2009b ; Nguyen Q.B. et al., 2009a] :

$$\begin{cases} (k_D + (-1)^q k_L) \dot{x}^2 + \ddot{x} = 0 \\ (k_D + (-1)^q k_L) \dot{y}^2 + \ddot{y} = 0 \\ ((-1)^q k_D - k_L) \dot{z}^2 + \ddot{z} + g = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} k_D = \frac{1}{2} \frac{\rho_{air} C_D S_D}{m_p} \\ k_L = \frac{1}{2} \frac{\rho_{air} C_L S_L}{m_p} \\ k_m = k_D - k_L \\ k_p = k_D + k_L \end{cases} \quad (3.10)$$

Où :  $(x, y, z)$ ,  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ ,  $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$  désignent les coordonnées, les vitesses et les accélérations du centre du projectile.

a. Solutions analytiques

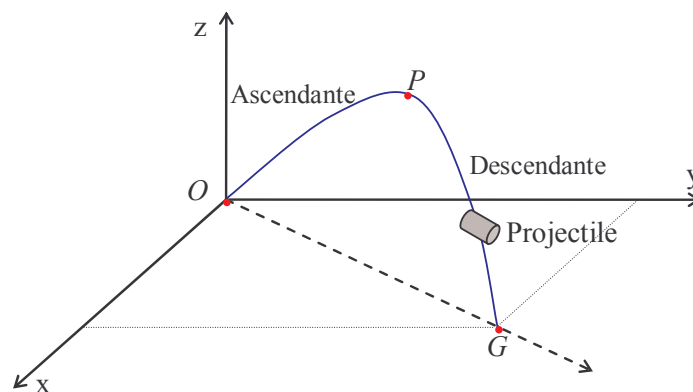


Figure 3.10. Trajectoire du projectile.

Sous certaines conditions explicitées ci-dessous, voir la Figure 3.10, une solution analytique peut être déterminée :

- Une condition initiale : au départ (le point O), le projectile est situé à l'origine du repère et sa vitesse de départ  $(v_{Ox}, v_{Oy}, v_{Oz})$  est déduite de l'énergie cinétique.
- Une condition intermédiaire : au point culminant du mouvement (le point P), la vitesse verticale du projectile est nulle.
- Une condition finale : au contact avec le sol (le point G), la coordonnée verticale est nulle.

Les Tableau 3.1 – Tableau 3.4 présentent les solutions analytiques du mouvement du centre du projectile obtenues par notre modèle [Mébarki A. et al., 2009b]. Les coordonnées ainsi que les vitesses du projectile  $(v_x = \dot{x}, v_y = \dot{y}, v_z = \dot{z})$  y sont détaillées pour les deux phases. On a aussi mis en relief deux instants particuliers  $t_P$  et  $t_G$  correspondant, respectivement, au passage du projectile par le point culminant de sa trajectoire et au contact de celui-ci avec le sol. Toutes les valeurs indexées par P ou G correspondent aux valeurs évaluées au point culminant ou au contact avec le sol.

Trajectoire du projectile pour la phase ascendante		
	Coordonnées : $\mathbf{x}, \mathbf{y}$	Vitesses : $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y$
$k_p = 0$	$x = v_{Ox}t$ $y = v_{Oy}t$	$\dot{x} = v_{Ox}$ $\dot{y} = v_{Oy}$
$k_p \neq 0$	$x = \frac{\ln( k_p v_{Ox}t + 1)}{ k_p }$ $y = \frac{\ln( k_p v_{Oy}t + 1)}{ k_p }$	$\dot{x} = \frac{v_{Ox}}{ k_p v_{Ox}t + 1}$ $\dot{y} = \frac{v_{Oy}}{ k_p v_{Oy}t + 1}$
	Coordonnée : $\mathbf{z}$	Vitesse : $\mathbf{v}_z$
$k_m = 0$	$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{Oz}t$	$\dot{z} = -gt + v_{Oz}$
$k_m > 0$	$z = \frac{1}{2k_m} \ln \left( v_{Oz} \sqrt{\frac{k_m}{g}} \sin(\sqrt{gk_m}t) + \cos(\sqrt{gk_m}t) \right)^2$	$\dot{z} = \frac{\sqrt{gk_m} \left( v_{Oz} \sqrt{\frac{k_m}{g}} \cos(\sqrt{gk_m}t) - \sin(\sqrt{gk_m}t) \right)}{k_m \left( v_{Oz} \sqrt{\frac{k_m}{g}} \sin(\sqrt{gk_m}t) + \cos(\sqrt{gk_m}t) \right)}$
$k_m < 0$	$z = -\frac{1}{k_m} \left( \sqrt{-k_m}gt + \ln 2 + \dots \right. \\ \left. \dots - \frac{1}{2} \ln \left( e^{2\sqrt{-k_m}gt} \left( 1 - v_{Oz} \sqrt{-\frac{k_m}{g}} \right) + 1 + v_{Oz} \sqrt{-\frac{k_m}{g}} \right)^2 \right)$	$\dot{z} = -\frac{1}{k_m} \left( \sqrt{-k_m}g - \frac{e^{2\sqrt{-k_m}gt} 2\sqrt{-k_m}g \left( 1 - v_{Oz} \sqrt{-\frac{k_m}{g}} \right)}{e^{2\sqrt{-k_m}gt} \left( 1 - v_{Oz} \sqrt{-\frac{k_m}{g}} \right) + 1 + v_{Oz} \sqrt{-\frac{k_m}{g}}} \right)$

Tableau 3.1. Trajectoire du projectile pour la phase ascendante.

$t_P$ : A la position culminante	
$k_m = 0$	$t_P = \frac{v_{Oz}}{g}$
$k_m > 0$	$t_P = \arctan\left(v_{Oz}\sqrt{\frac{k_m}{g}}\right) \frac{1}{\sqrt{k_m g}}$
$k_m < 0$	$t_P = \frac{1}{2\sqrt{-k_m g}} \ln\left(\frac{1 + v_{Oz}\sqrt{\frac{-k_m}{g}}}{-1 + v_{Oz}\sqrt{\frac{-k_m}{g}}}\right)$

Tableau 3.2. Temps à la position culminante.

Trajectoire du projectile pour la phase descendante		
	Coordonnées : $x, y$	Vitesses : $v_x, v_y$
$k_m = 0$	$x = v_{Px}(t - t_P) + x_P$ $y = v_{Py}(t - t_P) + y_P$	$\dot{x} = v_{Px}$ $\dot{y} = v_{Py}$
$k_m \neq 0$	$x = x_P + \frac{\ln(v_{Px} k_m (t - t_P) + 1)}{ k_m }$ $y = y_P + \frac{\ln(v_{Py} k_m (t - t_P) + 1)}{ k_m }$	$\dot{x} = \frac{v_{Px}}{v_{Px} k_m (t - t_P) + 1}$ $\dot{y} = \frac{v_{Py}}{v_{Py} k_m (t - t_P) + 1}$
	Coordonnée : $z$	Vitesse : $v_z$
$k_p = 0$	$z = -\frac{1}{2}gt^2 + gt_P\left(t - \frac{1}{2}t_P\right) + z_P$	$\dot{z} = -gt + gt_P$
$k_p > 0$	$z = z_P + \frac{1}{k_p} \left( \sqrt{k_p g}(t + t_P) + \ln 2 + \dots \right. \\ \left. \dots - \ln\left(e^{2\sqrt{k_p g}t} + e^{2\sqrt{k_p g}t_P}\right) \right)$	$\dot{z} = \frac{1}{k_p} \left( \sqrt{k_p g} - \frac{e^{2\sqrt{k_p g}t} 2\sqrt{k_p g}}{e^{2\sqrt{k_p g}t} + e^{2\sqrt{k_p g}t_P}} \right)$
$k_p < 0$	$z = z_P - \frac{1}{2k_p} \ln\left(\left(\cos\left(\sqrt{-gk_p}(t - t_P)\right)\right)^2\right)$	$\dot{z} = -\frac{\sin\left(\sqrt{-gk_p}(t - t_P)\right)\sqrt{-gk_p}}{k_p \cos\left(\sqrt{-gk_p}(t - t_P)\right)}$

Tableau 3.3. Trajectoire du projectile pour la phase descendante.

$t_G$ : Au sol	
$k_p = 0$	$t_G = t_P + \frac{\sqrt{2gz_P}}{g}$
$k_p > 0$	$t_G = t_P + \frac{1}{2} \frac{\ln\left(2\left(e^{z_P k_p}\right)^2 - 1 + 2\sqrt{\left(e^{z_P k_p}\right)^4 - \left(e^{z_P k_p}\right)^2}\right)}{\sqrt{gk_p}}$
$k_p < 0$	$t_G = t_P + \frac{\arccos\left(e^{(z_P k_p)}\right)}{\sqrt{-gk_p}}$

Tableau 3.4. Temps quand le projectile s'écrase sur le sol.

*b. Quelques cas d'étude*

Dans cette section, on étudie certains cas utiles pour la réduction des temps de calcul, cf. §3.2.3 :

- *Premier cas d'étude* : la cible est une plaque parallèle à la surface (yz) ou (xz) qui est définie par le système  $\begin{cases} y = y_0 \\ h(x,z) = 0 \end{cases}$ , voir Figure 3.11. Le temps d'impact  $t_I$  est détaillé analytiquement dans le Tableau 3.5.

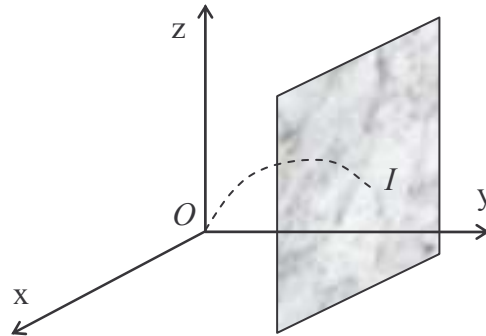


Figure 3.11. Impact sur une plaque parallèle à la surface (xz).

Phase ascendante		Phase descendante	
$k_p = 0$	$t_I = \frac{y_0}{v_{Oy}}$	$k_m = 0$	$t_I = \frac{y_0 - y_P}{v_{Py}} + t_P$
$k_p \neq 0$	$t_I = \frac{e^{ k_p y_0} - 1}{ k_p v_{Oy}}$	$k_m \neq 0$	$t_I = \frac{e^{ k_m (y_0 - y_P)} - 1}{ k_m v_{Py}} + t_P$

Tableau 3.5. Temps d'impact sur la cible (premier cas d'étude).

- *Deuxième cas d'étude* : La cible est une plaque parallèle à la surface (xy) qui est définie par le système  $\begin{cases} z = z_0 \\ h(x,y) = 0 \end{cases}$ , voir la Figure 3.12. Le temps d'impact  $t_I$  est détaillé analytiquement dans le Tableau 3.6.

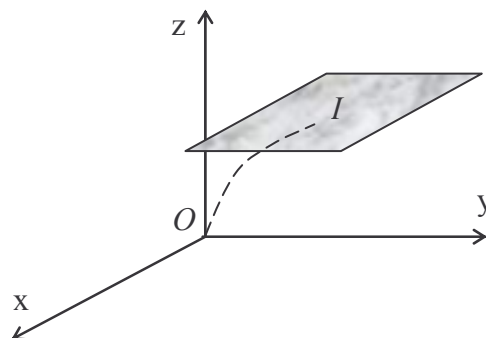


Figure 3.12. Impact sur une plaque parallèle à la surface (xy).

Phase ascendante	
$k_m = 0$	$t_I = \frac{v_{Oz} - \sqrt{v_{Oz}^2 - 2gz_0}}{g}$
$k_m > 0$	$t_I = \arctan\left(\frac{\sqrt{k_m g}(u_{0z} - z_0)}{u_{0z} z_0 k_m + g}\right) \frac{1}{\sqrt{k_m g}}$
$k_m < 0$	$t_I = \frac{1}{2\sqrt{-k_m g}} \ln\left(\frac{\sqrt{g} + v_{Oz}\sqrt{-k_m}}{\sqrt{g} - v_{Oz}\sqrt{-k_m}}\right)$
(a)	
Phase descendante	
$k_p = 0$	$t_I = t_P \pm \sqrt{\frac{2(z_P - z_0)}{g}}$
$k_p > 0$	$t_I = t_P + \frac{1}{2} \frac{\ln\left(2\left(e^{(z_P - z_0)k_p}\right)^2 - 1 + 2\sqrt{\left(e^{(z_P - z_0)k_p}\right)^4 - \left(e^{(z_P - z_0)k_p}\right)^2}\right)}{\sqrt{gk_p}}$
$k_p < 0$	$t_I = t_P + \frac{\arccos\left(\sqrt{e^{2k_p(z_P - z_0)}}\right)}{\sqrt{-gk_p}}$
(b)	

Tableau 3.6. Temps d'impact sur la cible (deuxième cas d'étude)  
(a) phase ascendante ; (b) phase descendante.

#### 3.1.2.4. Approche complète du mouvement du projectile

Contrairement à l'approche simplifiée, cette approche prend en compte les variations des coefficients de traînée et de portance au cours du mouvement. Ainsi, les équations décrivant la trajectoire du centre du projectile s'écrivent sous la forme [Mébarki A. et al., 2009b] :

$$\begin{cases} (-k_D \cos(\varphi) \cos(\theta) - (-1)^q k_L \sin(\varphi) \cos(\theta))(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \ddot{x} = 0 \\ (-k_D \cos(\varphi) \sin(\theta) - (-1)^q k_L \sin(\varphi) \sin(\theta))(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \ddot{y} = 0 \\ (-(-1)^q k_D \sin(\varphi) + k_L \cos(\varphi))(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \ddot{z} - g = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

D'après les données expérimentales existantes, les coefficients de traînée et de portance sont décrits par des fonctions des angles d'attaque pour chaque forme du projectile considérée, cf. §3.1.1.3.

De plus, sous les mêmes conditions énoncées précédemment, il est possible de déterminer numériquement les trajectoires des projectiles. Le diagramme de la Figure 3.13 décrit le procédé numérique permettant d'obtenir la trajectoire du centre du projectile.

#### 3.1.3. Typologie du projectile

Dans ce travail, on considère trois formes de projectiles : le fond de réservoir, le fond oblong de réservoir et la plaque, voir la Figure 3.14. Dans un premier temps, les projectiles

sont tous orientés verticalement afin de déterminer une expression simple de leur surface en fonction de  $(x_F, y_F, z_F)$  les coordonnées de son centre massif  $F$  et de sa forme, voir (3.12)-(3.15).

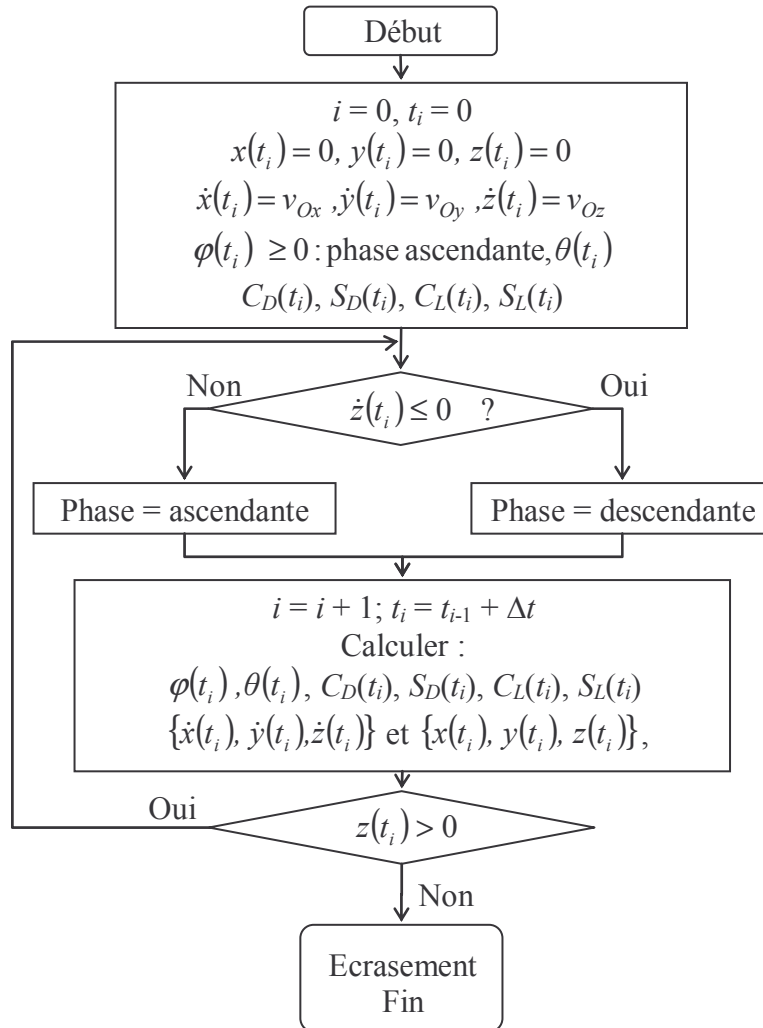


Figure 3.13. Algorithme d'analyse de la trajectoire du projectile.

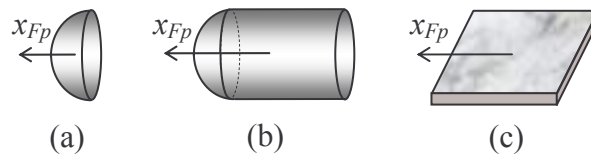


Figure 3.14. Formes du projectile et axe principal  
(a) Fond de réservoir ; (b) Fond oblong de réservoir ; (c) Plaque.

– Description de la surface du fond de réservoir :

$$\left\{ \begin{aligned} &\left( \frac{x-x_F}{r_{Fx}} \right)^2 + \left( \frac{y-y_F}{r_{Fy}} \right)^2 + \left( \frac{z-z_F}{r_{Fz}} \right)^2 = 1 \\ &z_F \leq z \leq z_F + r_{Fz} \end{aligned} \right. \quad (3.12)$$



– Description de la surface du fond oblong de réservoir :

+ Partie du fond de réservoir :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{x-x_F}{r_{Fx}} \right)^2 + \left( \frac{y-y_F}{r_{Fy}} \right)^2 + \left( \frac{z-z_F - \frac{L_F}{2}}{r_{Fz}} \right)^2 = 1 \\ z_F + \frac{L_F}{2} \leq z \leq z_F + \frac{L_F}{2} + r_{Fz} \end{array} \right. \quad (3.13)$$

+ Partie cylindrique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{x-x_F}{r_{Fx}} \right)^2 + \left( \frac{y-y_F}{r_{Fy}} \right)^2 = 1 \\ z_F - \frac{L_F}{2} \leq z \leq z_F + \frac{L_F}{2} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

– Description de la surface de la plaque :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_F \\ y = \left[ y_F - \frac{a_F}{2}; y_F + \frac{a_F}{2} \right] \\ z = \left[ z_F - \frac{b_F}{2}; z_F + \frac{b_F}{2} \right] \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Où  $r_{Fx}$ ,  $r_{Fy}$ ,  $r_{Fz}$  désignent les rayons du projectile,  $L_F$  la longueur du cylindre pour le fond oblong de réservoir et  $a_F$ ,  $b_F$  les dimensions de la plaque.

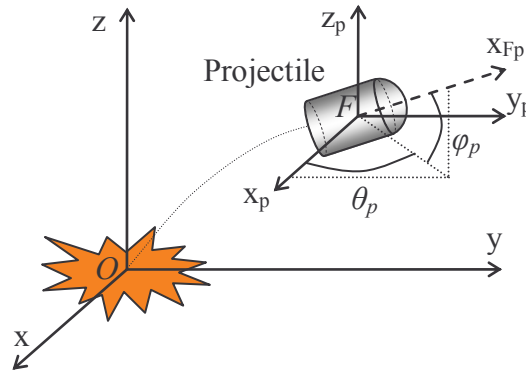


Figure 3.15. Description de la trajectoire du projectile et des angles de rotation.

Dans un second temps, les projectiles peuvent subir une rotation durant leur mouvement. Cette rotation est caractérisée par deux angles  $\varphi_p$  (angle vertical) et  $\theta_p$  (angle horizontal) dans un repère barycentrique (F,  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$ ), voir la Figure 3.15. La vitesse de rotation  $\omega$  autour du centre, qui est supposée constante tout au long de sa trajectoire, s'exprime sous la forme, voir comme l'illustre la Figure 3.16 :

$$\omega = \frac{v_p}{d} \quad (3.16)$$

Où  $d$  est la distance entre le centre de masse et le centre de rotation inconnu. Par conséquent, on considère  $d$  comme une variable aléatoire de distribution uniforme dans l'intervalle  $[-a, a]$  où  $a$  est la distance minimale séparant le centre de masse et le bord du projectile.

La matrice de rotation du projectile peut alors s'écrire :

$$M_{p\_rotation} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_p \cos \theta_p & \cos \varphi_p \sin \theta_p & \sin \varphi_p \\ -\sin \theta_p & \cos \theta_p & 0 \\ -\sin \varphi_p \cos \theta_p & -\sin \varphi_p \sin \theta_p & \cos \varphi_p \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

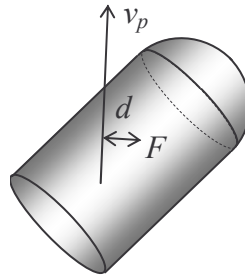


Figure 3.16. Rotation du projectile.

## 3.2. Impact du projectile sur une installation donnée

### 3.2.1. Typologie de la cible

Dans ce travail, on considère trois formes de cibles, à savoir des réservoirs ellipsoïdaux (ainsi que sphériques), cylindriques et cubiques (ou plaques), voir la Figure 3.17. Comme précédemment, leurs surfaces sont décrites, dans un premier temps, par des fonctions dépendant de la forme et de  $(x_T, y_T, z_T)$  les coordonnées du centre de masse  $T$  de la cible, voir (3.18)-(3.21).

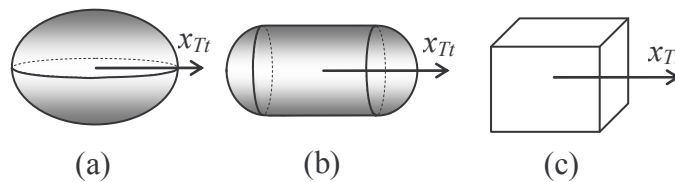


Figure 3.17. Formes du réservoir  
(a) ellipsoïdale ; (b) cylindrique ; (c) cubique.

– Description de la surface du réservoir ellipsoïdal :

$$\left( \frac{x-x_T}{r_{Tx}} \right)^2 + \left( \frac{y-y_T}{r_{Ty}} \right)^2 + \left( \frac{z-z_T}{r_{Tz}} \right)^2 = 1 \quad (3.18)$$

– Description de la surface du réservoir cylindrique :

+ Partie des fonds de réservoir :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{x-x_T}{r_{Tx}} \right)^2 + \left( \frac{y-y_T}{r_{Ty}} \right)^2 + \left( \frac{z-z_T - \frac{L_T}{2}}{r_{Tz}} \right)^2 = 1 \\ z_T + \frac{L_T}{2} \leq z \leq z_T + \frac{L_T}{2} + r_{Tz} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{x-x_T}{r_{Tx}} \right)^2 + \left( \frac{y-y_T}{r_{Ty}} \right)^2 + \left( \frac{z-z_T - \frac{L_T}{2}}{r_{Tz}} \right)^2 = 1 \\ z_T - \frac{L_T}{2} - r_{Tz} \leq z \leq z_T - \frac{L_T}{2} \end{array} \right.$$

+ Partie cylindrique de réservoir :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{x-x_T}{r_{Tx}} \right)^2 + \left( \frac{y-y_T}{r_{Ty}} \right)^2 = 1 \\ z_T - \frac{L_T}{2} \leq z \leq z_T + \frac{L_T}{2} \end{array} \right. \quad (3.20)$$

– Description de la surface du réservoir cubique :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_T \pm \frac{a_T}{2}, y = \left[ y_T - \frac{b_T}{2}, y_T + \frac{b_T}{2} \right], z = \left[ z_T - \frac{c_T}{2}, z_T + \frac{c_T}{2} \right] \\ x = \left[ x_T - \frac{a_T}{2}, x_T + \frac{a_T}{2} \right], y = y_T \pm \frac{b_T}{2}, z = \left[ z_T - \frac{c_T}{2}, z_T + \frac{c_T}{2} \right] \\ x = \left[ x_T - \frac{a_T}{2}, x_T + \frac{a_T}{2} \right], y = \left[ y_T - \frac{b_T}{2}, y_T + \frac{b_T}{2} \right], z = z_T \pm \frac{c_T}{2} \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Où  $r_{Tx}$ ,  $r_{Ty}$ ,  $r_{Tz}$  correspondent aux rayons de la cible,  $L_T$  à la longueur du cylindre pour le réservoir cylindrique et  $a_T$ ,  $b_T$ ,  $c_T$  aux dimensions du réservoir cubique.

Pour décrire l'incidence initiale de la cible (rotation de son repère principal par rapport à  $(x, y, z)$ ), il est nécessaire d'introduire deux angles supplémentaires  $\varphi_t$  (angle vertical) et  $\theta_t$  (angle horizontal), voir la Figure 3.18. Ainsi, la matrice de rotation de la cible est donnée par :

$$M_{t\_rotation} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_t \cos \theta_t & \cos \varphi_t \sin \theta_t & \sin \varphi_t \\ -\sin \theta_t & \cos \theta_t & 0 \\ -\sin \varphi_t \cos \theta_t & -\sin \varphi_t \sin \theta_t & \cos \varphi_t \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Cependant, on constate que la plupart des réservoirs sont orientés verticalement sur les sites industriels, i.e.  $\varphi_t = 0$ . Dans ce cas, la matrice de rotation devient :

$$M_{t\_rotation} = \begin{bmatrix} \cos \theta_t & \sin \theta_t & 0 \\ -\sin \theta_t & \cos \theta_t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

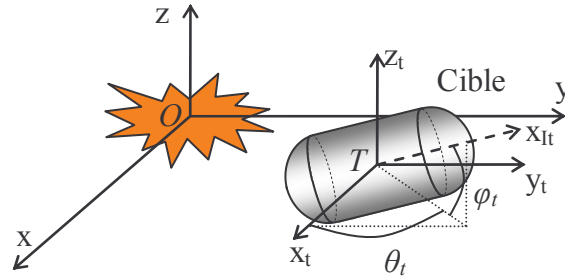


Figure 3.18. Description de la cible (cas d'un réservoir cylindrique).

### 3.2.2. Analyse d'impact

#### 3.2.2.1. Modèle analytique de Wang

Soient deux ellipsoïdes (A) et (B). Leur surface peut être représentée par :

$$(A) : A_1x^2 + B_1y^2 + C_1z^2 + 2D_1xy + 2E_1yz + 2F_1zx + 2G_1x + 2H_1y + 2I_1z + J_1 = 0$$

$$(B) : A_2x^2 + B_2y^2 + C_2z^2 + 2D_2xy + 2E_2yz + 2F_2zx + 2G_2x + 2H_2y + 2I_2z + J_2 = 0$$

Où  $A_i, B_i, \dots, J_i$  sont des constantes,  $i = 1$  à 2.

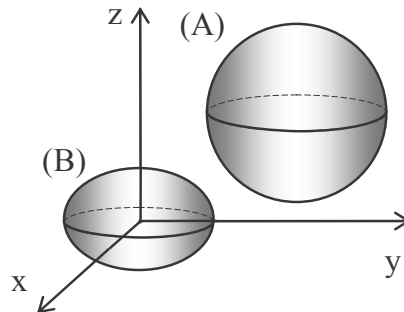


Figure 3.19. Impact entre deux ellipsoïdes.

Par souci de clarté, on associe, à chaque forme quadratique, une matrice symétrique telle que pour tout  $X = (x, y, z, 1)^T$  :

$$(A) : X^T A X = 0 \quad (3.24)$$

$$(B) : X^T B X = 0 \quad (3.25)$$

Avec :

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & F_1 & E_1 & G_1 \\ F_1 & B_1 & D_1 & H_1 \\ E_1 & D_1 & C_1 & I_1 \\ G_1 & H_1 & I_1 & J_1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} A_2 & F_2 & E_2 & G_2 \\ F_2 & B_2 & D_2 & H_2 \\ E_2 & D_2 & C_2 & I_2 \\ G_2 & H_2 & I_2 & J_2 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Puis, on définit un polynôme caractéristique de ces deux ellipsoïdes par :

$$f(\lambda) = \det(\lambda A + B) \quad (3.27)$$

Wang [Wang W. et al., 2001] a montré que :

- L'équation caractéristique  $f(\lambda) = 0$  a toujours au moins deux racines négatives,
- Deux ellipsoïdes sont séparés par un plan si et seulement si  $f(\lambda) = 0$  a deux racines positives différentes,
- Deux ellipsoïdes s'intersectent si et seulement si  $f(\lambda) = 0$  a une double racine positive.

En cas de tangence, le point de contact  $X_0$  est déterminé par la résolution de :

$$(\lambda_0 I + A^{-1}B)X_0 = 0 \quad (3.28)$$

Où  $I$  est la matrice identité et  $\lambda_0$  la double racine positive.

### 3.2.2.2. Développement du modèle de Wang et réalisation numérique

Ce modèle analytique de Wang peut être étendu afin d'identifier la condition d'impact pour différentes formes de projectile et de cible :

- Un ellipsoïde et une plaque,
- Un cylindre et une plaque,
- Un cylindre et un autre cylindre (ou un ellipsoïde).

D'un point de vue numérique, la condition d'impact entre deux corps se traduit par la recherche du seul point commun  $I$  appartenant simultanément aux deux corps. Les tirages sont effectués à l'aide du logiciel MatLab.

### 3.2.3. Réduction du temps de calcul

L'analyse de l'impact entre un projectile et une cible potentielle nécessite des temps de calcul très importants. Afin de réduire ces temps de calcul, des enveloppes virtuelles sont créées autour du projectile et de la cible. Pour les projectiles, on définit un cube de dimensions  $(2a_p \times 2a_p \times 2a_p)$  où  $a_p$  est la distance maximale séparant le centre de rotation du projectile et son bord. Pour la cible, on privilégie un parallélépipède de dimensions  $(a_t \times b_t \times c_t)$ , voir la Figure 3.20.

Sous ces hypothèses, on considère qu'il y a impact si le centre du projectile  $F$  touche l'enveloppe virtuelle de la cible dont les dimensions sont  $[(a_p + a_t) \times (a_p + b_t) \times (a_p + c_t)]$ , voir la Figure 3.21. On définit les instants  $t_1$  et  $t_2$  correspondant, respectivement, au premier et dernier contact du projectile avec la cible. Les points associés sont notés  $I_{t1}$  et  $I_{t2}$ . Ainsi,

pendant l'intervalle de temps *cible*  $[t_1, t_2]$  le centre du projectile traverse la zone d'impact de part en part.

Les simulations se décomposent alors en deux étapes. Lors de la première étape, on détermine l'intervalle du temps *cible* par la résolution du système d'équations (3.11) et de l'équation représentative de l'enveloppe virtuelle de la cible. Puis, dans une seconde étape, on détermine la condition d'impact dans cet intervalle.

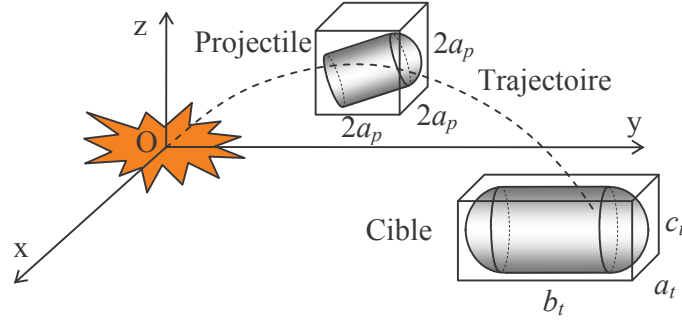


Figure 3.20. Enveloppes virtuelles autour du projectile et de la cible.

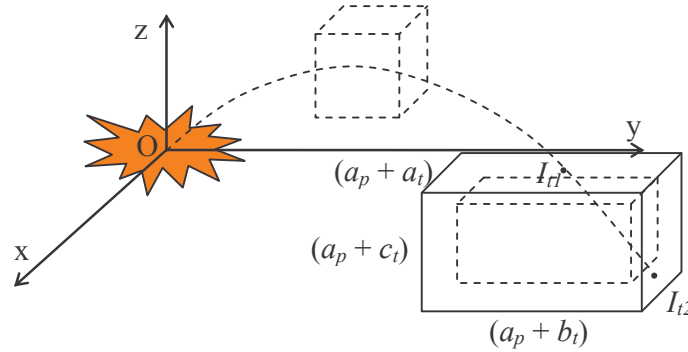


Figure 3.21. Intervalle du temps *cible*.

### 3.3. Probabilité d'impact

La probabilité d'impact  $P_{imp}$  entre un projectile et une cible potentielle peut être déterminée à l'aide des simulations de Monte Carlo [Mébarki A. et al., 2009b] :

$$P_{imp} = \sum_{k=1}^{N_{sim}} \frac{1_{(V_{cible} \cap V_{projectile}(t) \neq \emptyset)}(k)}{N_{sim}} \quad (3.29)$$

$$1_{(V_{cible} \cap V_{projectile}(t) \neq \emptyset)}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } (V_{cible} \cap V_{projectile}(t) \neq \emptyset) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.30)$$

Où  $N_{sim}$  représente le nombre total de simulations de Monte Carlo,  $V_{cible}$  le volume de la cible,  $V_{projectile}$  le volume du projectile et  $\emptyset$  l'ensemble vide. La fonction indicatrice  $1_{(V_{cible} \cap V_{projectile}(t) \neq \emptyset)}(k)$  peut être assimilée à un compteur de l'impact, i.e. elle vaut un si l'intersection entre le volume de la cible et celui du projectile existe, sinon elle est nulle. Evidemment, cette fonction dépend du temps.

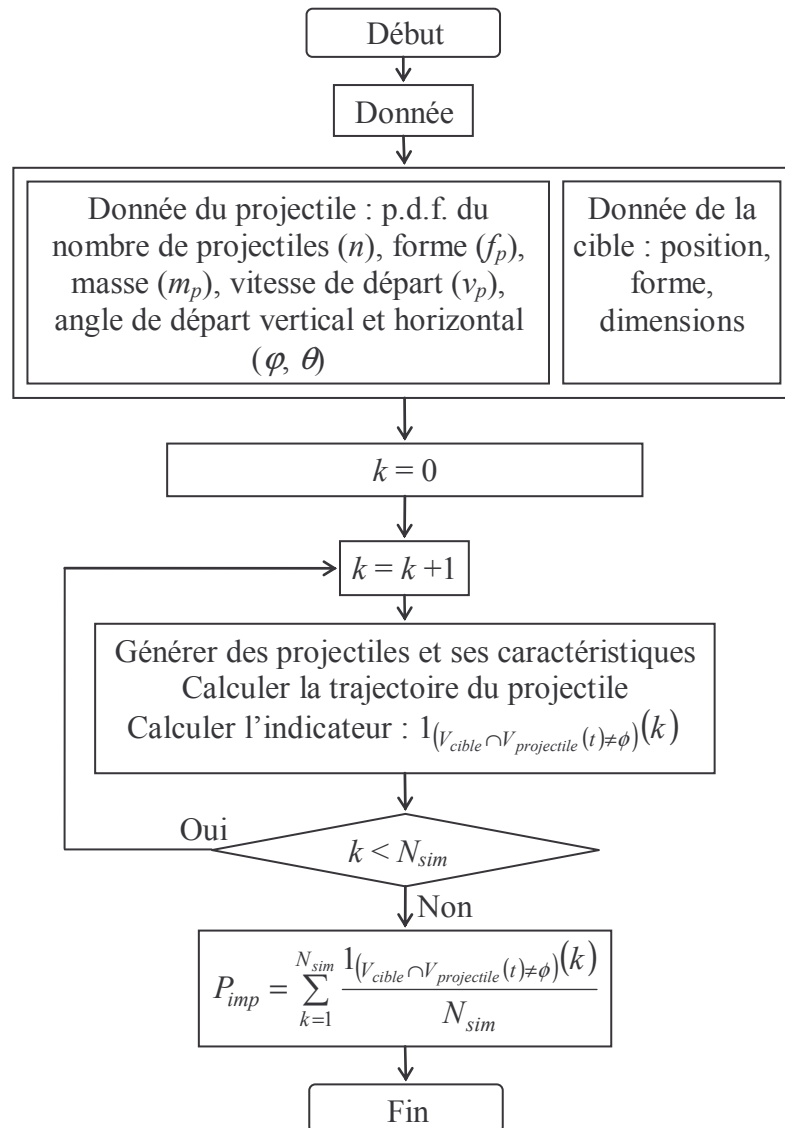


Figure 3.22. Algorithme des simulations de Monte Carlo déterminant la probabilité d’impact.

### 3.4. Applications et simulations

#### 3.4.1. Accident industriel et données expérimentales

	Réservoir cylindrique horizontal (A)	Réservoir sphérique (B)
Rayon [m]	2,3	7,2
Epaisseur [m]	0,007	0,01
Longueur [m]	6	
Coordonnées du centre	(0, 0, 0)	(40m, 0m, 8m)
Volume [m <sup>3</sup> ]	200	1600

Tableau 3.7. Géométrie des réservoirs.

A titre d’exemple, l’accident industriel à Mexico du 19 Novembre 1984 est analysé [Holden P.L., 1998 ; Lees F.P., 2005]. La probabilité d’impact  $P_{imp}$  peut être évaluée par des simulations de Monte Carlo, cf. §3.3. Pour cela, on considère deux réservoirs dont les

propriétés sont détaillées dans le Tableau 3.7. Le premier, noté (A), est la source de l'explosion tandis que le second, noté (B), sert de cible potentielle. Les caractéristiques des projectiles générés par l'explosion ont déjà été étudiées dans le Chapitre 2, voir le Tableau 2.14.

### 3.4.2. Simulations numériques

La probabilité d'impact par un projectile généré lors de l'explosion du réservoir (A) sur le réservoir (B) converge relativement rapidement : seulement 2500 tirages sont nécessaires, voir Figure 3.23. A titre d'illustration, les trajectoires des 500 premiers projectiles sont présentées en Figure 3.24.

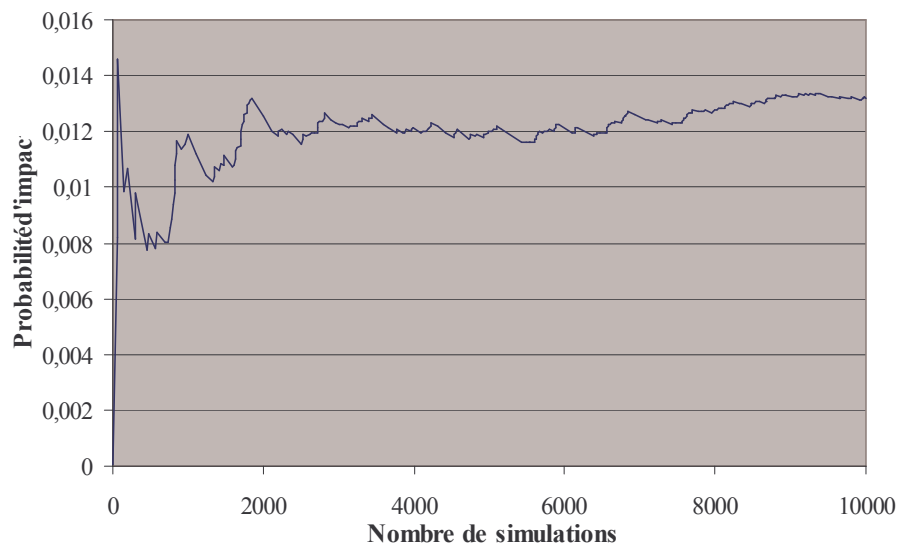


Figure 3.23. Convergence de la probabilité d'impact.

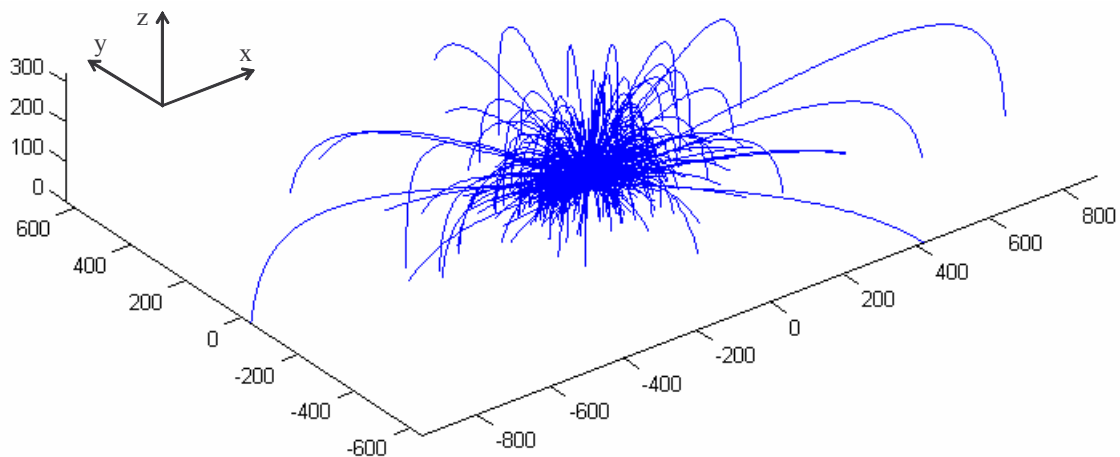


Figure 3.24. Trajectoires des 500 premiers projectiles.

Selon les rapports d'enquête sur cet accident, cf. §3.4.1, les débris de l'explosion ont été éparpillés sur 1200 m autour de la source. Cependant, environ 90% des projectiles retombent au sol à moins de 400 m et seulement 45% s'écrasent dans un rayon de 100 m autour de la source, voir les Figure 3.25 et Figure 3.26. La probabilité d'impact obtenue numériquement concorde bien avec ces observations.



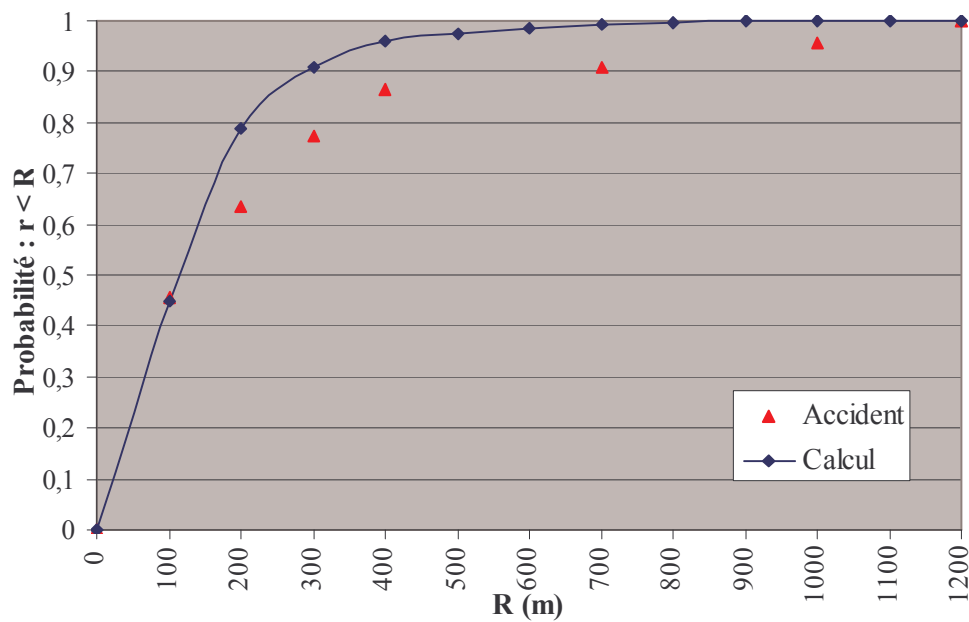


Figure 3.25. Comparaison de la répartition des projectiles obtenue numériquement avec celle observée sur le site industriel.

De plus, les simulations montrent qu'un grand nombre de projectiles atterrit dans un secteur angulaire de  $60^\circ$  autour de l'axe du réservoir (A), voir la Figure 3.27. La répartition des projectiles dans les différentes tranches de chaque secteur angulaire est détaillée en Figure 3.28. On présente aussi l'énergie cinétique, juste avant impact, des projectiles par secteurs angulaires en Figure 3.29 – Figure 3.30. Cette énergie est la principale cause des dommages mécaniques subis par la cible.

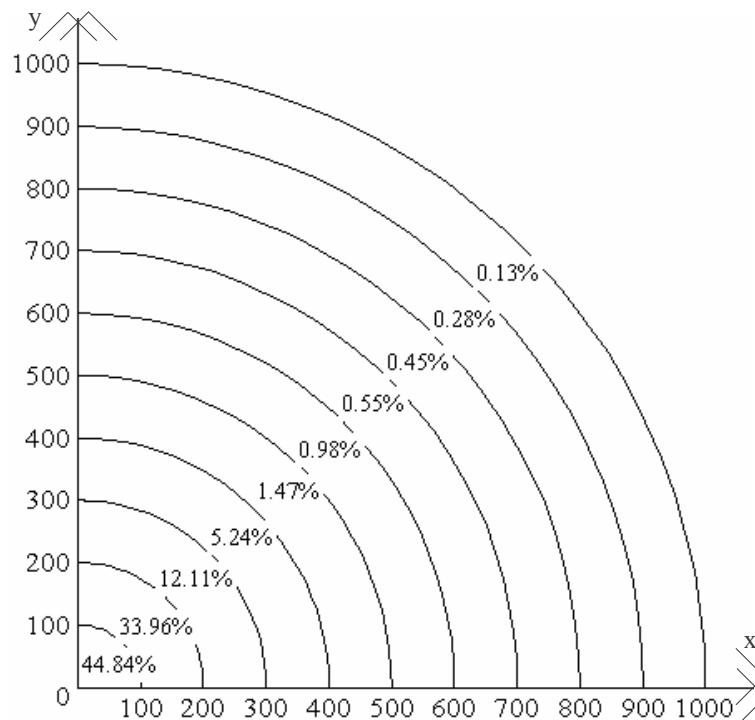


Figure 3.26. Distribution de l'impact du projectile sur le sol vs. la distance de la source.

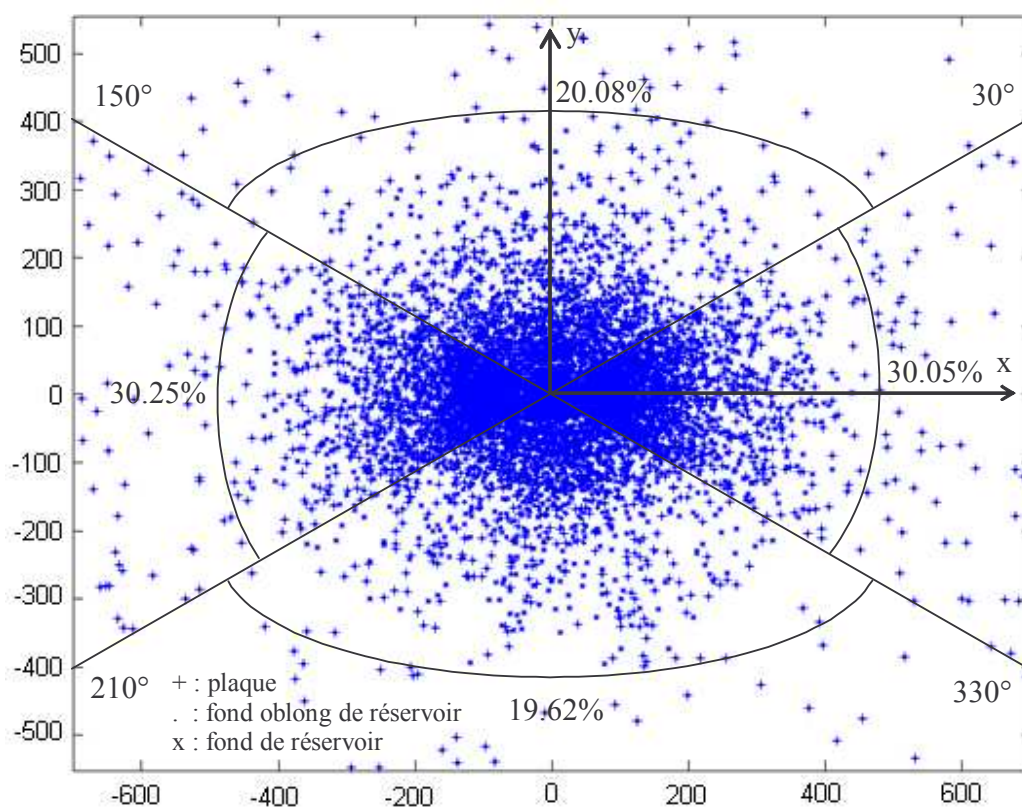


Figure 3.27. Distribution des impact des projectiles au sol: zone de 600m de la source.

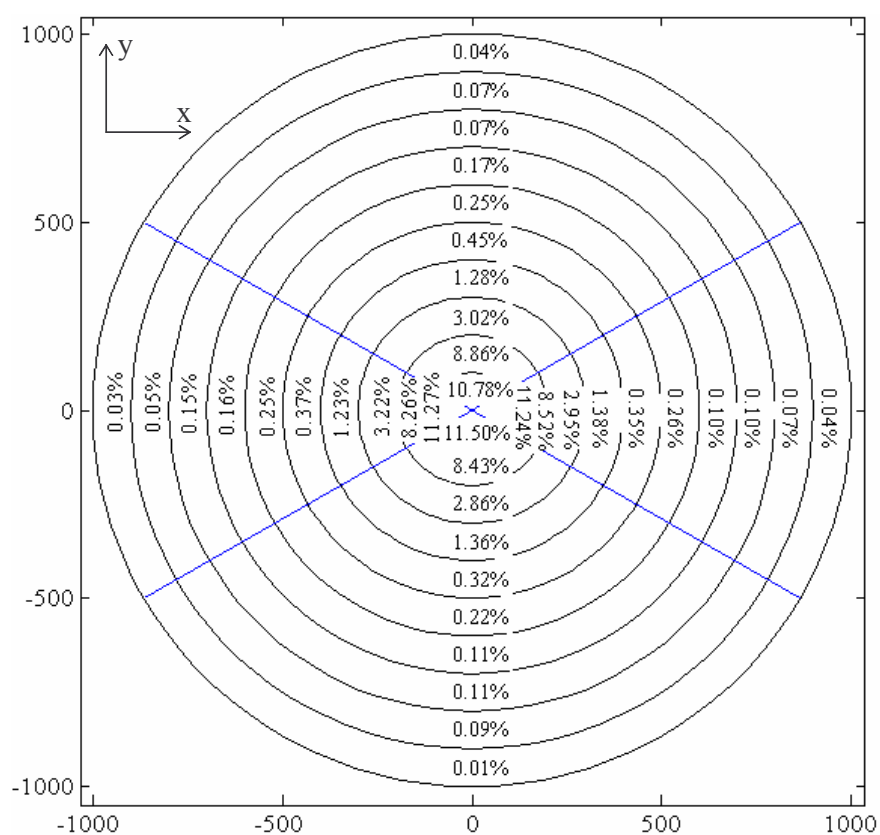


Figure 3.28. Distribution des projectiles par secteur.

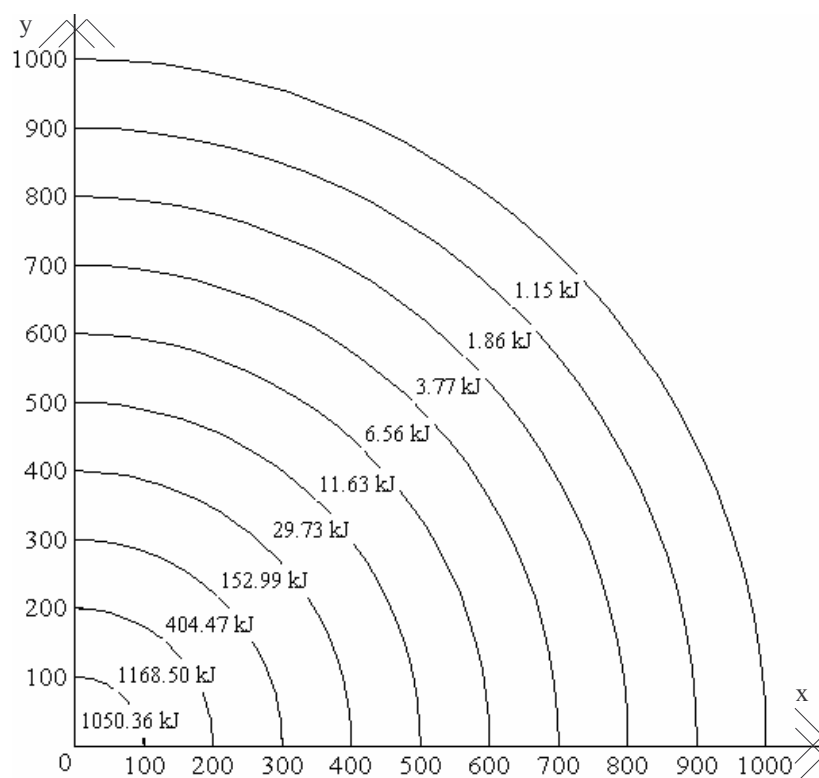


Figure 3.29. Energies cinétiques à l'impact au sol.

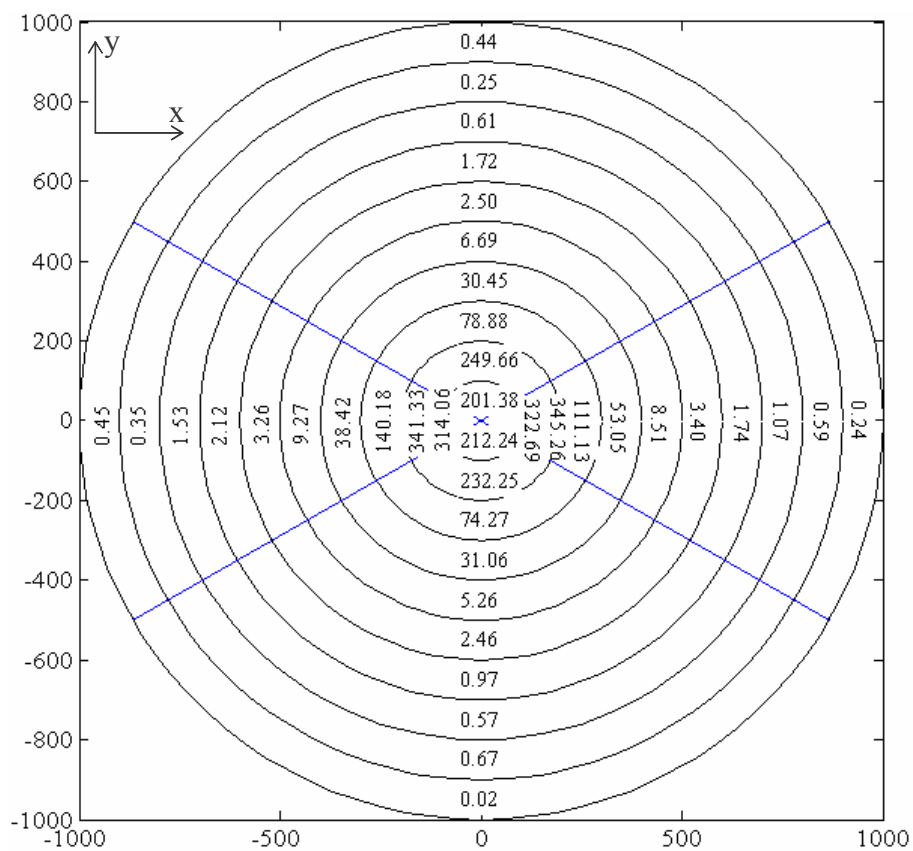


Figure 3.30. Distribution des énergies cinétiques à l'impact au sol pour chaque secteur [kJ].

### 3.4.3. Analyse de la sensibilité

Afin d’évaluer l’influence de la position de la cible sur la probabilité d’impact, une analyse de sensibilité est réalisée. Pour cela, trois simulations dont les paramètres sont explicités dans le Tableau 3.8 sont effectuées, comme l’illustre la Figure 3.31.

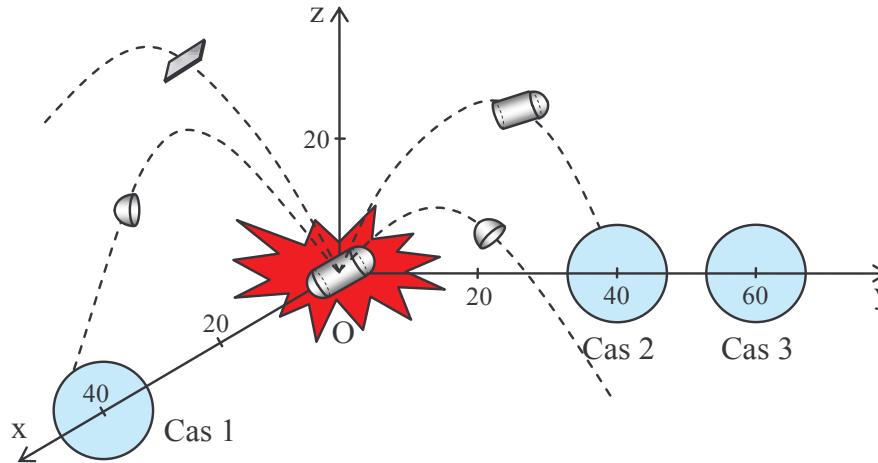


Figure 3.31. Positions des cibles pour l’analyse de la sensibilité.

Cas	Description	Détails
1	Donnée référentielle	Simulations avec les données et les hypothèses du §3.4.1.
2	Effet de la position de la cible sur l’axe x	Données et hypothèses du §3.4.1 avec un centre de cible localisé au point (0 m, 40 m, 8 m)
3	Effet de la position de la cible sur l’axe y	Données et hypothèses du §3.4.1 avec un centre de cible localisé au point (0 m, 60 m, 8 m)

Tableau 3.8. Analyse de la sensibilité.

		Cas 1	Cas 2	Cas 3
Projectiles impactant la cible	Vitesse de départ moyenne (m/s)	55,30	76,13	76,81
	Vitesse moyenne à l’impact (m/s)	44,95	65,82	63,13
	Energie cinétique de départ moyenne [MJ]	5,20	5,04	4,76
	Energie cinétique moyenne à l’impact [MJ]	3,42	3,58	2,97
	Energie perdue pendant le mouvement [MJ]	1,78	1,46	1,79
	Ratio des fonds de réservoir (%)	32,95	23,30	26,74
	Ratio des fonds oblongs de réservoir (%)	66,28	41,48	37,21
	Ratio des plaques (%)	0,77	35,22	36,05
<b>P<sub>imp</sub></b> : Probabilité d’impact		$1,32 \times 10^{-2}$	$0,88 \times 10^{-2}$	$0,43 \times 10^{-2}$

Tableau 3.9. Résultats des simulations.

Les résultats, résumés dans le Tableau 3.9, montrent que :

- Plus la cible est éloignée du centre de l’explosion, plus l’énergie cinétique du projectile avant impact est faible.
- Il existe une zone privilégiée autour de l’axe du réservoir cylindrique (A) dans laquelle les

projectiles impactant une cible possèdent une énergie cinétique plus importante que dans les autres zones, voir les cas 1 et 2. Cette zone correspond à un secteur angulaire de  $60^\circ$  autour de l'axe longitudinal du réservoir.

- La probabilité d'impact diminue avec l'énergie cinétique, voir les cas 1 et 2.

Il est important de remarquer que le type de projectiles impactant la cible ne dépend pas de la distance source – cible, comme le montrent les cas 2 et 3.

### 3.5. Conclusions

Afin de déterminer la probabilité d'impact des projectiles sur les installations voisines, leurs trajectoires ainsi que les conditions d'impact possibles ont été étudiées. Pour cela, deux approches du mouvement ont été proposées :

- *Approche simplifiée* : sous l'hypothèse de constance des coefficients de traînée et de portance au cours du mouvement, la trajectoire est analytiquement définie. Cette approche réduit le temps de calcul mais n'est pas utilisable dans tous les cas.
- *Approche complète* : la trajectoire est numériquement calculée pour toutes valeurs prises par les coefficients de traînée et de portance au cours du mouvement. Contrairement à l'approche simplifiée, les temps de calcul peuvent être importants.

En utilisant la seconde approche ainsi que les conditions d'impact, le point d'impact, la vitesse du projectile, les angles d'impact et la probabilité d'impact ont été déterminés. 2500 simulations de Monte Carlo assurent une bonne convergence de la probabilité d'impact.

Enfin, dans le cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique, on a conduit une analyse de la sensibilité dont les résultats notables sont :

- L'énergie cinétique du projectile dépend de la distance depuis la source.
- Il existe une zone privilégiée autour de l'axe longitudinal du réservoir source dans laquelle on trouve une énergie cinétique plus importante que dans les autres zones.
- La probabilité d'impact diminue avec l'énergie cinétique.
- Le type de projectiles impactant la cible ne dépend pas de la distance source – cible.

Après avoir déterminé les informations sur les projectiles au moment de l'impact, nous étudions l'état des cibles impactées.

# CHAPITRE 4

## ENDOMMAGEMENT

Les Chapitre 2 et Chapitre 3 permettent d'identifier les distributions probabilistes des projectiles générés par l'explosion d'un réservoir et leurs impact sur des installations voisines.

Le présent chapitre est consacré à l'estimation de l'état des réservoirs suite à l'impact de projectiles. Dans un premier temps, des modèles mécaniques simplifiés d'impact sont étudiés. Un modèle mécanique complet comprenant une loi de comportement élasto-plastique et le modèle de rupture de Johnson-Cook est également proposé. Ce modèle est ensuite implémenté dans un code de calcul sans maillage dénommé SPH, i.e. Smoothed Particle Hydrodynamics. Afin d'estimer la probabilité de rupture des réservoirs impactés, les modèles simplifiés sont mis en œuvre afin de réduire le coût de calcul.

### 4.1. Objectifs

A la suite de l'impact des projectiles sur des installations environnantes, certaines d'entre-elles sont endommagées et suivant leur état (par exemple selon leur niveau de remplissage dans le cas de réservoir de gaz sous pression) peuvent exploser. Pour cela, nous étudions [Mébarki A. et al., 2007b, 2008b, 2008c ; Nguyen Q.B. et al., 2009a] :

- L'interaction projectile / cible, l'endommagement des cibles impactées et leurs capacités résiduelles,
- Les simulations d'impact de tubes métalliques rigides sur des plaques métalliques,
- L'évolution des fissures.

### 4.2. Approches possibles

Deux approches mécaniques sont proposées afin d'analyser l'état des cibles impactées par des projectiles générés par l'explosion d'un réservoir, à savoir

- *Une approche simplifiée* dans laquelle deux modèles simplifiés sont proposés en admettant la forme de la zone de plastification donnée et sous l'hypothèse de projectile rigide. Cette approche se limite au cas d'un tube métallique impactant une plaque métallique [Mébarki A. et al., 2007b, 2008b, 2008c ; Nguyen Q.B. et al., 2009a].
- *Une approche complète* qui, contrairement à l'approche simplifiée, s'appuie sur un comportement élasto-plastique et sur le modèle de rupture de Johnson-Cook. On se restreint au cas d'un tube métallique rigide impactant un disque métallique en 2D.

### 4.3. Modèle simplifié

#### 4.3.1. Base de données expérimentales

Cinq séries d'essais sont collectées dans la littérature. Dans ces essais, la perforation ou la pénétration partielle de projectiles métalliques de forme cylindrique sur des cibles constituées de plaques métalliques sont étudiées, voir la Figure 4.1 et le Tableau 4.1.

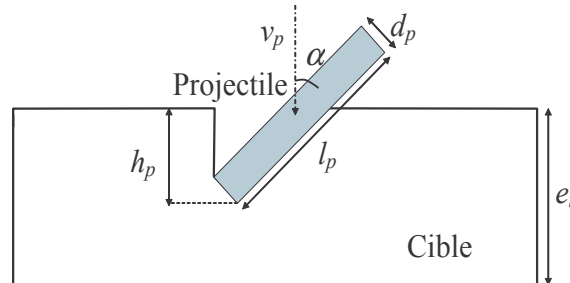


Figure 4.1. Plaque métallique impactée par un projectile cylindrique.

N° de série	1 : Lepareux	2 : Neilson	3 : Borvik	4 : Bless	5 : Bukharev
Caractéristique	Perforation	Perforation	Perforation	Pénétration sans perforation	Pénétration sans perforation
Auteurs et Référence	[Lepareux M. et al., 1989]	[Neilson A.J., 1985]	[Borvik T. et al., 2003]	[Bless S.J. et al., 1978]	[Bukharev Y.I. et al. 1995]
$\alpha$ [°]	0	0	0	12 – 40	0 – 68
$v_p$ [m/s]	8 – 12	9,5 – 102	145,5 – 294	~ 2130	1800 – 2100
$l_p$ [mm]	Inconnue	100 – 820	80	17,2 – 43	54 – 73
$d_p$ [mm]	33 – 90	32 – 85	20	1,47 – 3,68	4,2
$m_p$	160 – 257 (kg)	1 – 19,8 (kg)	0,197 (kg)	0,2 – 3,6 (g)	12 – 17 (g)
$f_u$ [MPa]	700	320 – 473	575	1130	1372
$\epsilon_u$ [-]	0,375	0,51 – 0,76	0,35	~ 0,5	~ 0,375
$e_t$ [mm]	6 – 10	1 – 25	6 – 20	6,35 – 12,7	120
Matériau de la cible	Acier	Acier	Acier	Acier	Acier
$h_p$ [mm]	~ $e_t$	~ $e_t$	~ $e_t$	5,5 - 11	12,7 – 86,9

Tableau 4.1. Récapitulation des séries d'essais collectées.

Où  $v_p$  est la vitesse du projectile,  $l_p$  sa longueur,  $d_p$  son diamètre,  $m_p$  sa masse,  $\alpha$  l'angle d'inclinaison tandis que  $f_u$  désigne la résistance ultime de la cible,  $\epsilon_u$  sa déformation ultime,  $e_t$  son épaisseur,  $h_p$  la profondeur de pénétration égale à l'épaisseur de la cible dans le cas d'une perforation complète.

#### 4.3.2. Modèle simplifié avec un angle d'inclinaison nul

Un modèle simplifié dans le cas d'une inclinaison nulle est considéré. Il intègre dans sa formulation [Mébarki A. et al., 2007b] :

- les propriétés mécaniques du matériau constitutif de la cible,
- les propriétés géométriques et cinématiques du projectile.

Une hypothèse forte a été adoptée, à savoir que le projectile ne se déforme pas lors de l'impact. Cette hypothèse est valable si la cible est constituée de matériau moins rigide que le

projectile. Aussi, les conditions d'appuis et la portée de la cible ne sont pas prises en compte.

Lors de l'impact, le projectile plastifie un volume effectif  $V_{eff}$  autour de la zone de contact, voir la Figure 4.2. Pour une profondeur de pénétration  $h_p$ , l'énergie dissipée peut s'écrire [Mébarki A., et al., 2007b ; Nguyen Q.B., 2005, 2009a] :

$$E_{pl} = f_u \varepsilon_u V_{eff} \quad (4.1)$$

$$V_{eff} = S_p L_c \quad (4.2)$$

$$S_p = \pi d_p h_p \quad (4.3)$$

$$L_c = \sqrt{S_p} = \sqrt{\pi d_p h_p} \quad (4.4)$$

$$E_{pl} = E_c = f_u \varepsilon_u (\pi d_p h_p) \sqrt{\pi d_p h_p} \quad (4.5)$$

$$h_p = \frac{1}{\pi d_p} \left( \frac{E_c}{f_u \varepsilon_u} \right)^{2/3} \quad (4.6)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \quad (4.7)$$

Où  $E_c$  représente l'énergie cinétique du projectile,  $S_p$  la surface latérale du projectile en contact avec la cible (on omet le terme de pointe),  $L_c$  la longueur critique ou longueur d'influence permettant de déduire le volume mobilisé par la plastification autour du projectile.

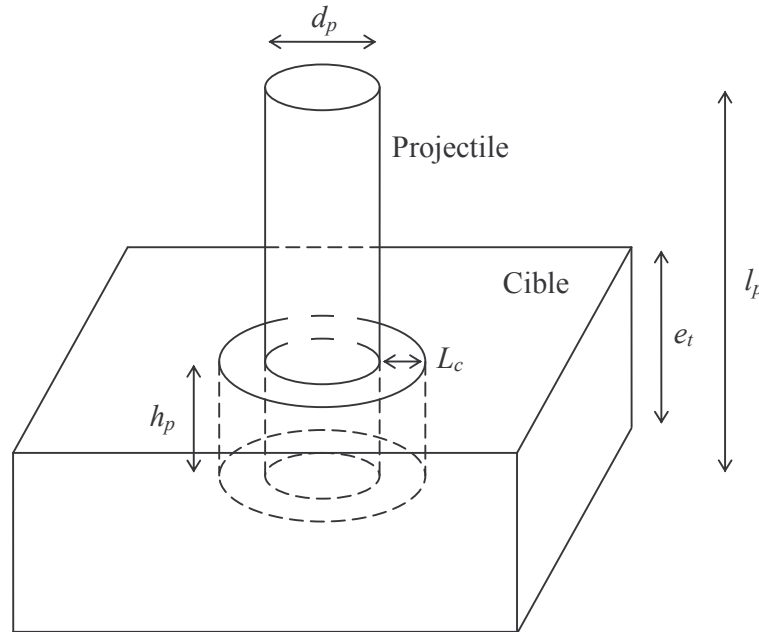


Figure 4.2. Recherche du volume effectif plastifié par la perforation

En appliquant le modèle simplifié proposé, on constate que :



- Pour les essais, dénotés *Série 1 : Lepareux*, le modèle proposé s'avère très performant. Les profondeurs de pénétration prédites sont proches de celles observées. L'erreur relative est inférieure à 6,3%, voir le Tableau 4.2 et la Figure 4.3.
- Pour les essais, dénotés *Série 2 : Neilson*, les profondeurs de pénétration prédites présentent, dans les deux cas, des écarts relatifs de l'ordre de 70%, voir le Tableau 4.3 et la Figure 4.4.
- Pour les essais, dénotés *Série 3 : Borvik*, le modèle proposé concorde assez bien avec les observations, voir le Tableau 4.4 et la Figure 4.5.

N° d'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$e_t$ [mm]	6	6	6	6	10	10	10	10	10	10
$d_p$ [mm]	54	54	90	90	54	54	33	33	45	45
$m_p$ [kg]	251	251	257	257	257	257	160	160	224	224
$v_p$ [m/s]	8,02	8,42	11,38	11,75	11,66	11,98	10,52	10,63	10,63	10,77
$\varepsilon_u$ [-]	0,375	0,375	0,375	0,375	0,375	0,375	0,375	0,375	0,375	0,375
$f_u$ [MPa]	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
$E_{r, \exp}$ [KJ]	8,07	8,90	16,64	17,74	17,47	18,44	8,85	9,04	12,66	12,99
$h_{p, th}$ [mm] : modèle proposé	5,79	6,17	5,62	5,87	9,68	10,04	10,07	10,21	9,37	9,53
$h_{p, \exp} / h_{p, th}$	0,96	1,03	0,94	0,98	0,97	1,00	1,01	1,02	0,94	0,95
Erreur $\Delta h_p$ (%)	3,6	2,9	6,3	2,2	3,2	0,4	0,7	2,1	6,3	4,7

Tableau 4.2. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 1 : Lepareux*.

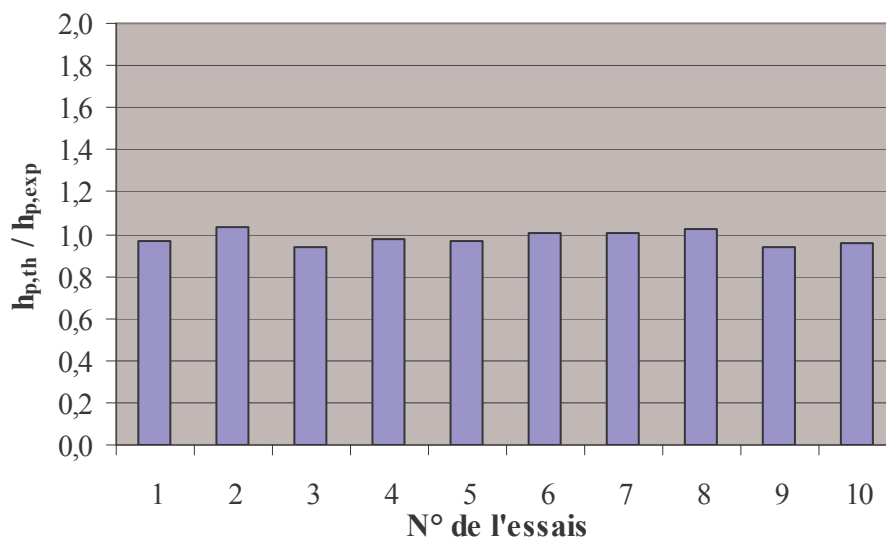


Figure 4.3. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 1 : Lepareux*.

N° d'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$e_t$ [mm]	1	1	15	25	6	12	6	1	3
$d_p$ [mm]	32	32	63	63	85	85	43	40	40
$m_p$ [kg]	4,3	4,3	19,8	19,8	9,72	9,72	1,22	1	1
$v_p$ [m/s]	12,5	9,5	80	102	79	99	98	43	83
$\varepsilon_u$ [-]	0,51	0,51	0,749	0,749	0,754	0,754	0,754	0,669	0,669
$f_u$ [MPa]	320	320	470	470	473	473	473	420	420
$E_{r, \exp}$ [KJ]	0,34	0,19	63,36	103,00	30,33	47,63	5,86	0,92	3,44
$h_{p, th}$ [mm] : modèle proposé	1,61	1,12	16,11	22,27	7,24	9,78	4,78	1,76	4,23
$h_{p, \exp} / h_{p, th}$	1,61	1,12	1,07	0,89	1,21	0,82	0,80	1,76	1,41
Erreur $\Delta h_p$ (%)	61,0	11,6	7,4	10,9	20,7	18,5	20,3	76,0	41,0

Tableau 4.3. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 2 : Neilson*.

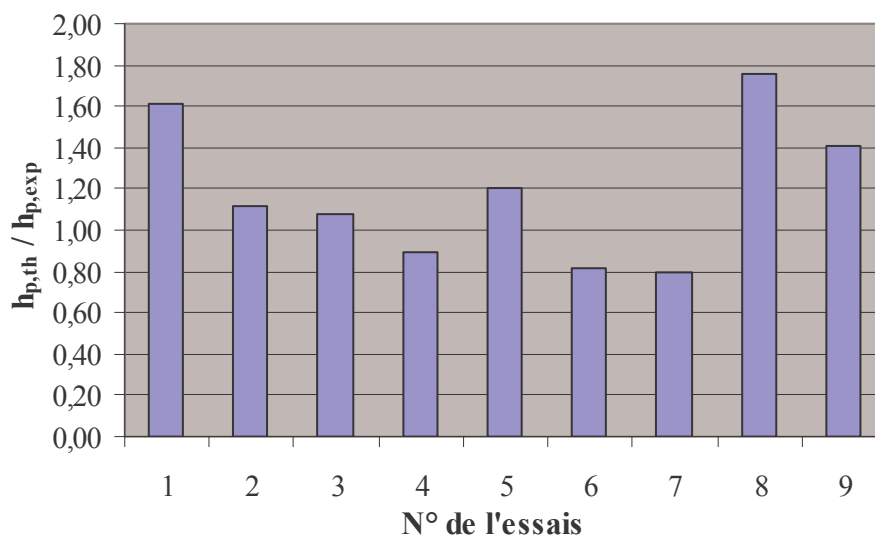


Figure 4.4. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 2 : Neilson*.

N° d'essai	1	2	3	4	5	6
$e_t$ [mm]	6	8	10	12	16	20
$d_p$ [mm]	20	20	20	20	20	20
$m_p$ [kg]	0,197	0,197	0,197	0,197	0,197	0,197
$v_p$ [m/s]	145,5	154,3	165,3	184,5	236,9	293,9
$\varepsilon_u$ [-]	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
$f_u$ [MPa]	575	575	575	575	575	575
$E_{r, \exp}$ [KJ]	2,088	2,349	2,695	3,358	5,536	8,521
$h_{p, th}$ [mm] : modèle proposé	7,57	8,19	8,98	10,39	14,50	19,33
$h_{p, \exp} / h_{p, th}$	1,26	1,02	0,90	0,87	0,91	0,97
Erreur $\Delta h_p$ (%)	26,20	2,36	10,24	13,40	9,35	3,33

Tableau 4.4. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 3 : Borvik*.

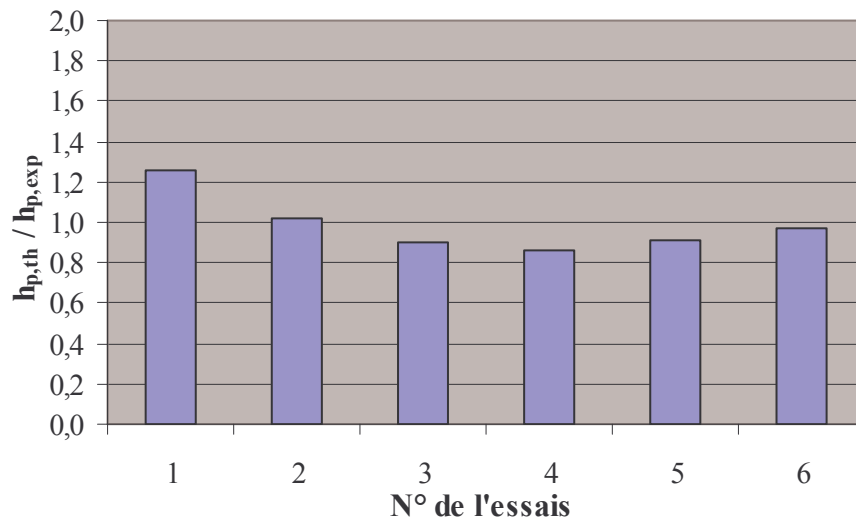


Figure 4.5. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 3 : Borvik*.

#### 4.3.3. Modèle simplifié avec un angle d'inclinaison non nul

Le modèle précédent, cf. §4.3.2, intègre parfaitement les propriétés mécaniques du matériau constitutif de la cible ainsi que les propriétés géométriques et cinétiques du projectile. Les résultats obtenus sont proches de ceux observés expérimentalement pour la *série 1 : Lepareux* et la *série 3 : Borvik*. Cependant, ce modèle ne peut pas s'appliquer lorsque l'angle d'inclinaison est différent de zéro, ce qui est le cas des *série 4 : Bless* et *série 5 : Bukharev*. En s'inspirant des principes adoptés dans la mise en place de ce modèle, les deux modèles ci-dessous sont proposés afin de déterminer la profondeur de pénétration avec un angle d'inclinaison non nul.

##### 4.3.3.1. Modèle « Couronne circulaire »

Si l'énergie cinétique est supposée être dissipée par plastification de la couronne circulaire (voir la Figure 4.6a), la profondeur de pénétration peut être obtenue par [Mébarki A., et al., 2008c ; Nguyen Q.B., 2005, 2009a] :

$$E_{pl} = f_u \varepsilon_u V_{eff} \quad (4.8)$$

$$E_c = E_{pl} \quad (4.9)$$

$$V_{eff} = S_p L_c \quad (4.10)$$

$$S_p = \pi d_{cr} h_p \quad (4.11)$$

$$L_c = \sqrt{S_p} \quad (4.12)$$

$$d_{cr} = L_1 + L_2 = d_p \cos \alpha + h_p \tan \alpha \quad (4.13)$$

$$h_p = \frac{-d_p \cos \alpha + \sqrt{(d_p \cos \alpha)^2 + 4 \tan \alpha \left( \frac{E_c}{f_u \varepsilon_u} \right)^{2/3} \frac{1}{\pi}}}{2 \tan \alpha} \quad (4.14)$$

Où  $E_{pl}$  désigne l'énergie dissipée pendant la pénétration du projectile,  $V_{eff}$  le volume effectif (volume plastifié),  $S_p$  la surface latérale du projectile en contact avec la cible,  $L_c$  la longueur d'influence permettant de déduire le volume mobilisé par la plastification autour du projectile.

#### 4.3.3.2. Modèle « Couronne rectangulaire »

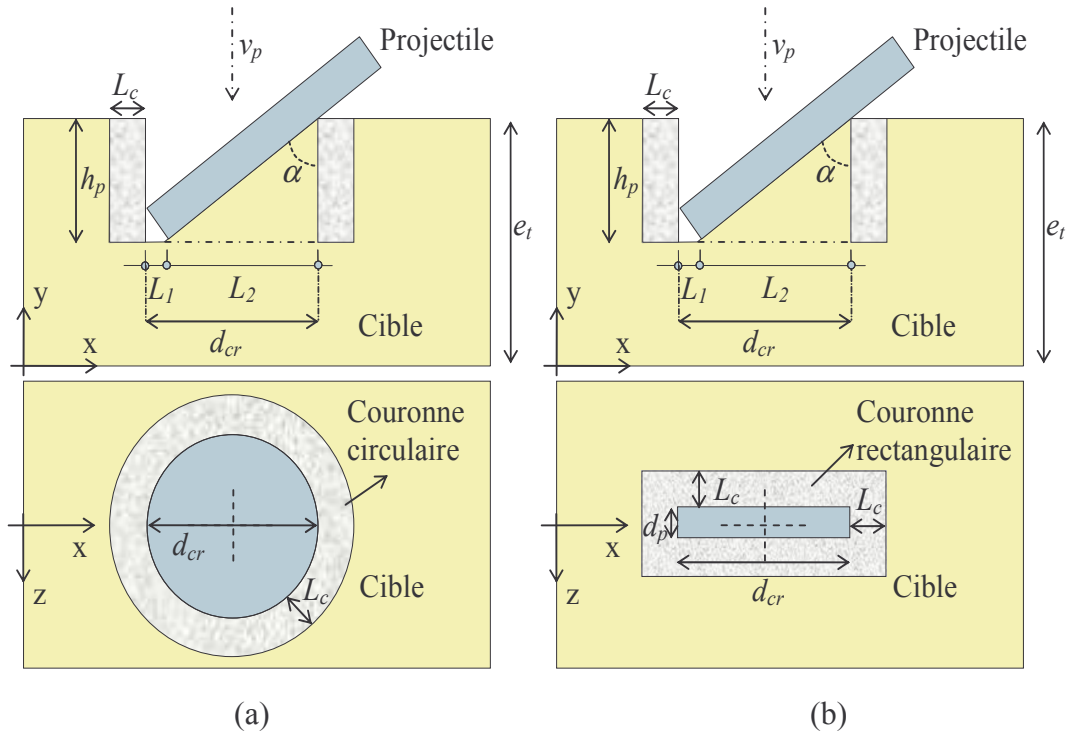


Figure 4.6. Zone plastique autour du contact entre le projectile et la cible pour l'angle d'inclinaison non nul

(a) Modèle « couronne circulaire » ; (b) Modèle « couronne rectangulaire ».

Si l'énergie cinétique est supposée être dissipée par plastification de la couronne rectangulaire (voir la Figure 4.6b), la profondeur de pénétration peut être obtenue par [Mébarki A., et al., 2008c ; Nguyen Q.B., 2005, 2009a] :

$$E_{pl} = f_u \varepsilon_u V_{eff} \quad (4.15)$$

$$E_c = E_{pl} \quad (4.16)$$

$$V_{eff} = S_p L_c \quad (4.17)$$

$$S_p = 2(d_{cr} + d_p)h_p \quad (4.18)$$

$$L_c = \sqrt{S_p} \quad (4.19)$$

$$d_{cr} = L_1 + L_2 = d_p \cos \alpha + h_p \tan \alpha \quad (4.20)$$

$$h_p = \frac{-d_p(1+\cos\alpha) + \sqrt{(d_p(1+\cos\alpha))^2 + 2 \tan\alpha \left(\frac{E_c}{f_u \varepsilon_u}\right)^{2/3}}}{2 \tan\alpha} \quad (4.21)$$

En appliquant ces modèles, on constate que le modèle *Couronne circulaire* s'avère plus performant que le modèle *Couronne rectangulaire*. En effet, pour chaque essai, les prédictions du premier sont plus proches des observations expérimentales que celles du second, voir la Figure 4.7, la Figure 4.8, le Tableau 4.5 et le Tableau 4.6.

$\alpha$ (°)	$h_{p-exp}$ (mm)	$d_p$ (mm)	$m_p$ (kg)	$V_p$ (m/s)	$E_c$ (J)	$f_u$ [MPa]	$\varepsilon_u$ (%)	$h_{p1}$ (mm) Couronne circulaire	$h_{p2}$ (mm) Couronne rectangulaire	$h_{p1}/h_p$	$h_{p2}/h_p$	Erreur relative (%)	
												$h_{p1}$	$h_{p2}$
39,9	7,73	3,68	0,00359	2130	8155	1130	0,5	15,34	13,43	1,98	1,74	98	74
37,4	7,76	3,68	0,00359	2130	8155	1130	0,5	15,84	13,91	2,04	1,79	104	79
34,9	3,11	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	6,54	5,76	2,10	1,85	110	85
34,9	8,95	3,68	0,00359	2130	8155	1130	0,5	16,36	14,43	1,83	1,61	83	61
33,8	10,38	3,68	0,00359	2130	8155	1130	0,5	16,60	14,66	1,60	1,41	60	41
29,9	6,35	2,47	0,00109	2130	2466	1130	0,5	11,75	10,44	1,85	1,64	85	64
29,9	6,74	2,47	0,00109	2130	2466	1130	0,5	11,75	10,44	1,74	1,55	74	55
29,9	5,02	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	6,99	6,21	1,39	1,24	39	24
27,4	4,59	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	7,24	6,47	1,58	1,41	58	41
24,9	11,44	3,68	0,00359	2130	8155	1130	0,5	18,82	16,88	1,64	1,48	64	48
24,9	4,74	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	7,52	6,74	1,59	1,42	59	42
24,9	8,88	2,47	0,00109	2130	2466	1130	0,5	12,63	11,33	1,42	1,28	42	28
23,8	5,51	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	7,64	6,88	1,39	1,25	39	25
22,3	10,40	2,47	0,00109	2130	2466	1130	0,5	13,16	11,88	1,26	1,14	26	14
21,2	9,88	2,47	0,00109	2130	2466	1130	0,5	13,40	12,13	1,36	1,23	36	23
14,8	7,77	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	8,98	8,32	1,16	1,07	16	7
12,9	6,13	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	9,37	8,76	1,53	1,43	53	43
12,4	7,98	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	9,48	8,88	1,19	1,11	19	11
12,4	8,98	1,47	0,00023	2130	520	1130	0,5	9,48	8,88	1,06	0,99	6	1

Tableau 4.5. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 4 : Bless.*

$\alpha$ (°)	$h_{p-exp}$ (mm)	$d_p$ (mm)	$m_p$ (kg)	$V_p$ (m/s)	$E_c$ (J)	$f_u$ [MPa]	$\varepsilon_u$ (%)	$h_{p1}$ (mm) Couronne circulaire	$h_{p2}$ (mm) Couronne rectangulaire	$h_{p1}/h_p$	$h_{p2}/h_p$	Erreur relative (%)	
												$h_{p1}$	$h_{p2}$
67,9	14,20	4,2	0,01272	2100	28044	1372	0,3	17,27	14,37	1,22	1,01	22	1
59,3	12,70	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	20,40	17,09	1,61	1,35	61	35
55,2	14,24	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	21,84	18,35	1,53	1,29	53	29
39,8	20,03	4,2	0,01272	2100	28044	1372	0,3	27,50	23,38	1,37	1,17	37	17
34,6	26,06	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	29,58	25,29	1,14	0,97	14	3
31,9	23,54	4,2	0,01272	2100	28044	1372	0,3	30,90	26,48	1,31	1,12	31	12
24,9	31,05	4,2	0,01272	2100	28044	1372	0,3	34,63	29,97	1,12	0,97	12	3
21,8	31,17	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	36,55	31,80	1,17	1,02	17	2
15,1	41,39	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	42,25	37,38	1,02	0,90	2	10
14,8	57,67	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	42,56	37,70	0,74	0,65	26	35
13,1	57,40	4,2	0,01272	2100	28044	1372	0,3	44,65	39,78	0,78	0,69	22	31
5,9	75,85	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	57,84	54,11	0,76	0,71	24	29
4,1	70,81	4,2	0,01719	1800	27853	1372	0,3	63,99	61,49	0,90	0,87	10	13

Tableau 4.6. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la *série 5* : *Bukharev*.

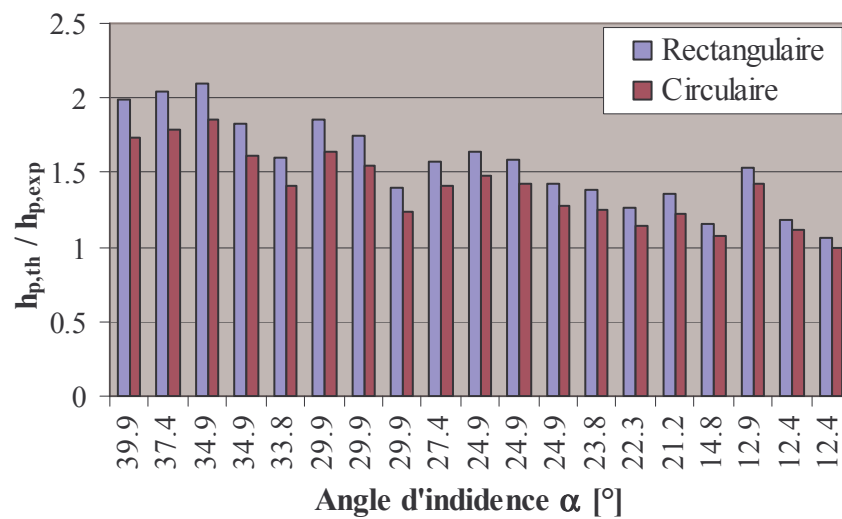


Figure 4.7. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la série 4 : Bless.

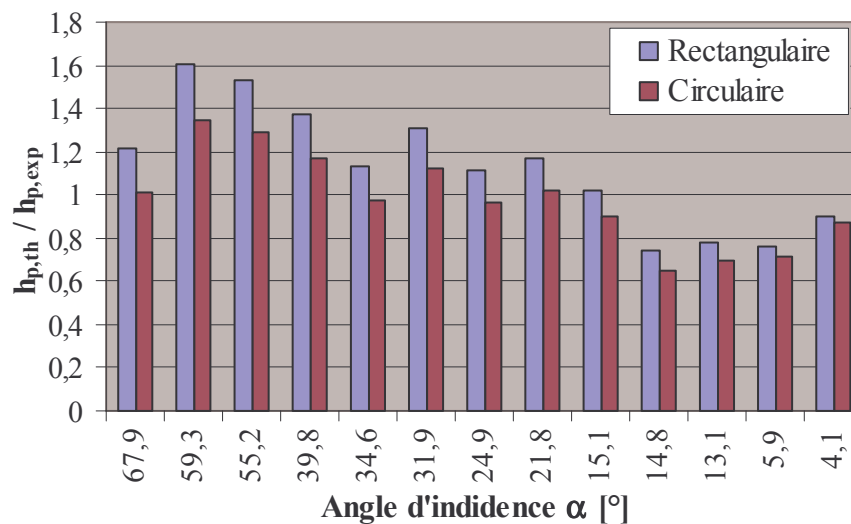


Figure 4.8. Comparaison entre les profondeurs de pénétration expérimentales et théoriques pour la série 5 : Bukharev.

## 4.4. Modèle complet

### 4.4.1. Méthode numérique SPH

#### 4.4.1.1. Justification de l'emploi

Bien que la méthode des éléments finis soit utilisée dans la grande majorité des codes de calcul, il existe des limitations dans le cas de grandes déformations, de phénomènes localisés, etc. Afin d'éviter une distorsion importante des éléments et pour mieux représenter les phénomènes localisés, etc., il est nécessaire de remailler souvent, ce qui entraîne une augmentation importante du temps de calcul [Yvonnet J., 2004].

Plus récemment, de nouvelles méthodes sans maillage ont été développées à partir d'une



méthode commune, à savoir *la Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)* créée en 1977 pour résoudre des problèmes d'astrophysique [Lucy L.B., 1977 ; Monaghan J.J., 1982]. Après certains développements, cette méthode a été abandonnée jusqu'aux années 90. Aujourd'hui, son domaine d'application est très vaste : les impacts, la mécanique des fluides, l'astrophysique, etc. [Li S. et al., 2002 ; Liu G.R. et al., 2003].

S'appuyant sur une formulation lagrangienne actualisée, la SPH modélise le domaine d'étude par une grille. Chaque cellule de celle-ci est réduite à un point massif (ou particule) auquel on associe certaines propriétés dont la position, la vitesse, la densité, la masse, etc.

La zone d'influence d'une particule, correspondant à un cercle (ou ellipse) en 2D et à une sphère (ou ellipsoïde) en 3D, représente l'effet de cette particule dans le domaine de calcul, voir la Figure 4.9. Cette zone est définie par une longueur de lissage qui est calculée en chaque point. Ainsi, toutes les particules situées à l'intérieur de celle-ci, dénommées *les voisinages*, subissent ses effets physiques et mécaniques.

L'influence d'une particule peut s'exprimer par une fonction en forme de cloche (ou une forme simplifiée) dépendant de la distance qui la sépare de la particule considérée. Cette influence est maximale au centre et nulle au bord de la zone.

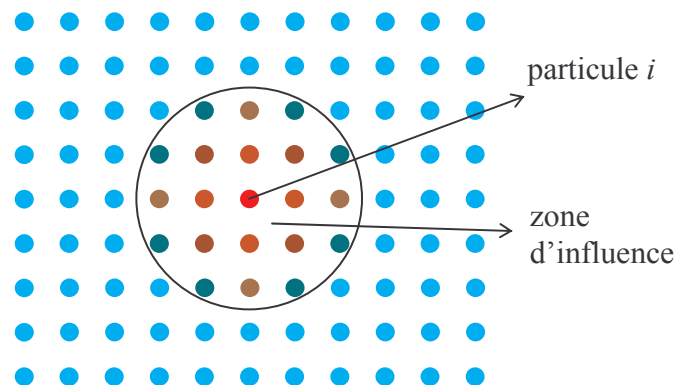


Figure 4.9. Zone d'influence d'une particule et ses voisinages.

La SPH ne construit qu'un nuage de particules sans créer d'éléments. Cette méthode permet de traiter des géométries complexes en 2D ou en 3D où chaque particule possède ses propres propriétés mécaniques. L'insertion et/ou le retrait de particules sont facilement réalisables.

Toutefois, un inconvénient de la méthode est que le bord du domaine n'est pas correctement modélisé à cause de la réduction de chaque cellule de la grille en un point, voir la Figure 4.9. Il est donc nécessaire d'utiliser un maillage relativement fin dans le but de réduire ces imperfections. Une autre difficulté de cette méthode concerne l'imposition de conditions aux limites [Cummins S.J. et al., 1999 ; Gourma M., 2003 ; Li S. et al., 2002 ; Liu G.R. et al., 2003 ; Monaghan J.J., 2005 ; Morris J.P., 1996 ; Yvonnet J., 2004].

#### 4.4.1.2. Base de la méthode SPH

La SPH se base sur trois principes fondamentaux [Lucy L.B., 1977 ; Monaghan J.J., 1982], à savoir

- La conservation de la masse dont l'équation s'écrit :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot v \quad (4.22)$$

– La conservation de la quantité de mouvement qui s'exprime par :

$$\rho \frac{dv}{dt} = \nabla \cdot \sigma \quad (4.23)$$

– La conservation de l'énergie donnée par :

$$\rho \frac{de}{dt} = \Phi - \nabla \cdot q + \rho r \quad (4.24)$$

Où  $\rho$ ,  $v$  désignent respectivement la densité du matériau constitutif et la vitesse,  $\sigma$  le tenseur de contrainte,  $e$  représente l'énergie interne par unité de masse,  $q$  le flux de chaleur surfacique,  $r$  le flux de la chaleur volumique et  $t$  le temps.  $\Phi = \sigma : \nabla v$  est la dissipation de l'énergie représentant le changement de l'énergie cinétique en énergie interne,  $\nabla \cdot (.)$  l'opérateur divergence,  $\nabla (.)$  la fonction de gradient et  $(:)$  la double contraction.

Les équations et les détails de cette méthode sont présentés dans l'Annexe III.

#### 4.4.2. Loi de comportement mécanique

Cette partie est consacrée à l'étude d'un comportement élasto-plastique associé et d'un modèle de rupture.

Dans la théorie de l'élasto-plasticité, un incrément de déformation totale  $d\varepsilon$  est décomposé en deux parties, l'une élastique  $d\varepsilon^e$  et l'autre plastique  $d\varepsilon^p$  (ou anélastique) :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (4.25)$$

Un incrément de contrainte  $d\sigma$  peut s'exprimer par :

$$d\sigma = C : (d\varepsilon - d\varepsilon^p) \quad (4.26)$$

Où  $C$  représente le tenseur de rigidité élastique.

On choisit le critère de von Mises pour lequel la fonction de charge (ou fonction limite d'élasticité)  $f_y$  peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$f_y = \sqrt{\frac{3}{2} \text{trace}(\sigma_D : \sigma_D)} - \sigma_Y \quad (4.27)$$

$$\sigma_D = \sigma - \frac{1}{3} \text{trace}(\sigma) I \quad (4.28)$$

Où  $\sigma_Y$  désigne la limite élastique,  $\sigma$  la contrainte et  $I$  la matrice d'identité.

Cette fonction doit vérifier les conditions suivantes :

$$\begin{cases} f_y < 0 & \text{correspond à l'intérieur du domaine élastique} \\ f_y = 0 & \text{correspond à sa frontière} \\ f_y > 0 & \text{correspond à l'extérieur} \end{cases} \quad (4.29)$$

#### 4.4.2.1. Loi d'écoulement

La loi d'écoulement (ou règle d'écoulement) décrivant la cinématique d'évolution de la déformation plastique peut s'écrire sous la forme :

$$d\epsilon^p = d\gamma \frac{df_y}{d\sigma}; f_y \leq 0; d\gamma \geq 0; d(\gamma \cdot f_y) = 0 \quad (4.30)$$

Où  $\gamma$  est le multiplicateur plastique que l'on peut déterminer à partir des conditions :  $f_y = 0$  et  $\dot{f}_y = 0$  avec  $\dot{f}_y$  la dérivée de  $f_y$  par rapport au temps.

#### 4.4.2.2. Loi d'écrouissage

On choisit une loi d'écrouissage de Johnson-Cook [Johnson G.R. et al., 1985] dont l'expression est :

$$\sigma_Y = \left[ A_{JC} + B_{JC} (\bar{\epsilon}^p)^{n_{JC}} \right] \left[ 1 + C_{JC} \ln \left( \frac{\bar{\dot{\epsilon}}^p}{\bar{\dot{\epsilon}}_0^p} \right) \right] \left[ 1 - (T^*)^{m_{JC}} \right] \quad (4.31)$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_f - T_0} \quad (4.32)$$

Où  $A_{JC}$  désigne la limite élastique initiale du matériau,  $B_{JC}$  et  $n_{JC}$  des coefficients influant sur la courbe d'écrouissage du matériau.  $C_{JC}$  traduit le comportement visqueux du matériau tandis que  $m_{JC}$  est le coefficient d'adoucissement thermique.  $\bar{\epsilon}^p$  représente la déformation plastique cumulée,  $\bar{\dot{\epsilon}}^p$  le taux de déformation plastique cumulée à l'instant  $t$ ,  $\bar{\dot{\epsilon}}_0^p$  le taux référentiel de la déformation plastique,  $T$  la température actuelle du matériau,  $T_0$  la température ambiante (de référence) et  $T_f$  la température de fusion du matériau.

L'équation (4.31) est couplée à l'équation de température (4.33) qui tient compte du changement de température pendant la déformation plastique. L'incrément de température, qui ne dépend que de la déformation plastique dans ce travail, peut s'exprimer de la façon suivante [Rusinek A. et al., 2008 ; Zheng Y. et al. 2006] :

$$\Delta T(\bar{\epsilon}^p, \bar{\dot{\epsilon}}^p, T) = \frac{\beta}{\rho C_p} \int_0^{\bar{\epsilon}^p} \sigma_Y(\bar{\epsilon}^p, \bar{\dot{\epsilon}}^p, T) d\bar{\epsilon}^p \quad (4.33)$$

Où  $\rho$  est la densité du matériau,  $\beta$  le coefficient de Taylor-Quinney définissant la partie de la plasticité convertie à la chaleur et  $C_p$  la chaleur spécifique à la pression constante.

#### 4.4.2.3. Modèle de fissure

Le problème d'impact nécessite la présence d'un modèle de fissure. Dans le cadre de cette

thèse, le modèle de fissure de Johnson-Cook [Johnson G.R. et al., 1985] est considéré. Dans ce modèle, un élément atteint la rupture si son coefficient d'endommagement  $D$  est égal 1. Ce dernier dépend de la déformation plastique cumulée  $\bar{\varepsilon}^p$ , du taux de la déformation plastique cumulée  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  et de la température  $T$  :

$$D(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p, T) = \sum \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^p}{\bar{\varepsilon}_f^p} \quad (\text{I.1})$$

Où  $\Delta \bar{\varepsilon}^p$  désigne un incrément de la déformation plastique et  $\bar{\varepsilon}_f^p$  la limite de la déformation plastique donnée par :

$$\bar{\varepsilon}_f^p = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)] \left[ 1 + D_4 \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p} \right) \right] [1 + D_5 T^*] \quad (\text{I.2})$$

$$\sigma^* = \frac{1}{3\sigma_Y} \text{trace}(\sigma) \quad (\text{I.3})$$

Où  $D_i$  sont les constantes du modèle de fissure,  $i = 1$  à 5.

L'intégration numérique de la loi de comportement élasto-plastique prenant en compte l'écrouissage et celle du modèle de fissure de Johnson-Cook sont détaillées dans l'Annexe IV.

#### 4.4.3. Exemple d'application

Afin de simuler l'impact d'une tige sur un disque épais, un code de calcul basé sur la SPH a été développé en 2D dans MatLab. Les caractéristiques du projectile et de la cible sont données dans les Tableau 4.7 et Tableau 4.8 [Dey S. et al., 2007]. De plus, on suppose que tous les deux ont un comportement élasto-plastique et peuvent atteindre la rupture par un modèle d'endommagement de Johnson-Cook. Les conditions aux limites sont imposées à l'aide de la méthode des particules virtuelles, cf. §III.8.

	Projectile	Cible
Forme	Cylindre	Cylindre
Matériau	Acier ( $\sigma_0 = 1900$ MPa)	Acier Weldox 460 E
Diamètre [mm]	20	500
Longueur / Epaisseur [mm]	80	12
Module Young $E$ [GPa]	204	210
Coefficient Poisson $\nu$	0,33	0,33
Masse volumique [ $\text{kg/m}^3$ ]	7850	7850
Chaleur spécifique $C_p$ [J/kgK]	---	452
Coefficient de Taylor-Quinney $\beta$	---	0,9

Tableau 4.7. Caractéristique du projectile et de la cible.

On peut noter que le matériau du projectile en fait un projectile très rigide, peu représentatif des matériaux habituellement mis en œuvre lors d'accidents industriels. Néanmoins, cette partie ne vise pas, à ce stade, à modéliser parfaitement le phénomène, mais à disposer d'un démonstrateur validé sur un cas type. Ce démonstrateur pourra être ensuite étendu à des matériaux plus caractéristiques d'installations industrielles.

Il est important de souligner qu'une simplification des formes a été effectuée. En effet, on a réduit le problème 3D initial à un problème 2D sous l'hypothèse de déformation plane. Dans cette réduction, le projectile cylindrique s'est transformé en rectangle tout comme le disque épais. Le projectile est constitué de 20 particules sur la largeur et de 80 sur la longueur : la distance entre deux particules est de 1,00 mm. La cible, quant à elle, est découpée en deux zones afin de réduire les temps de calcul. Dans la zone proche de l'impact, 60 particules ont représenté l'épaisseur tandis que, loin de l'impact, on s'est limité à 15 particules. Cela donne environ 10.000 particules au total. Les géométries initiales sont illustrées en Figure 4.10.

Matériau	$A_{JC}$ [MPa]	$B_{JC}$ [MPa]	$n_{JC}$	$C_{JC}$	$m_{JC}$	$T_f$ [K]	$T_0$ [K]	$\bar{\epsilon}_0^p$ [s <sup>-1</sup> ]
Acier Weldox 460 E	499	382	0,458	0,0079	0,893	1800	293	$5 \cdot 10^{-4}$
Matériau	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$			
Acier Weldox 460 E	0,636	1,936	-2,969	-0,014	1,014			

Tableau 4.8. Propriétés du comportement élasto-plastique et du modèle de Johnson-Cook.

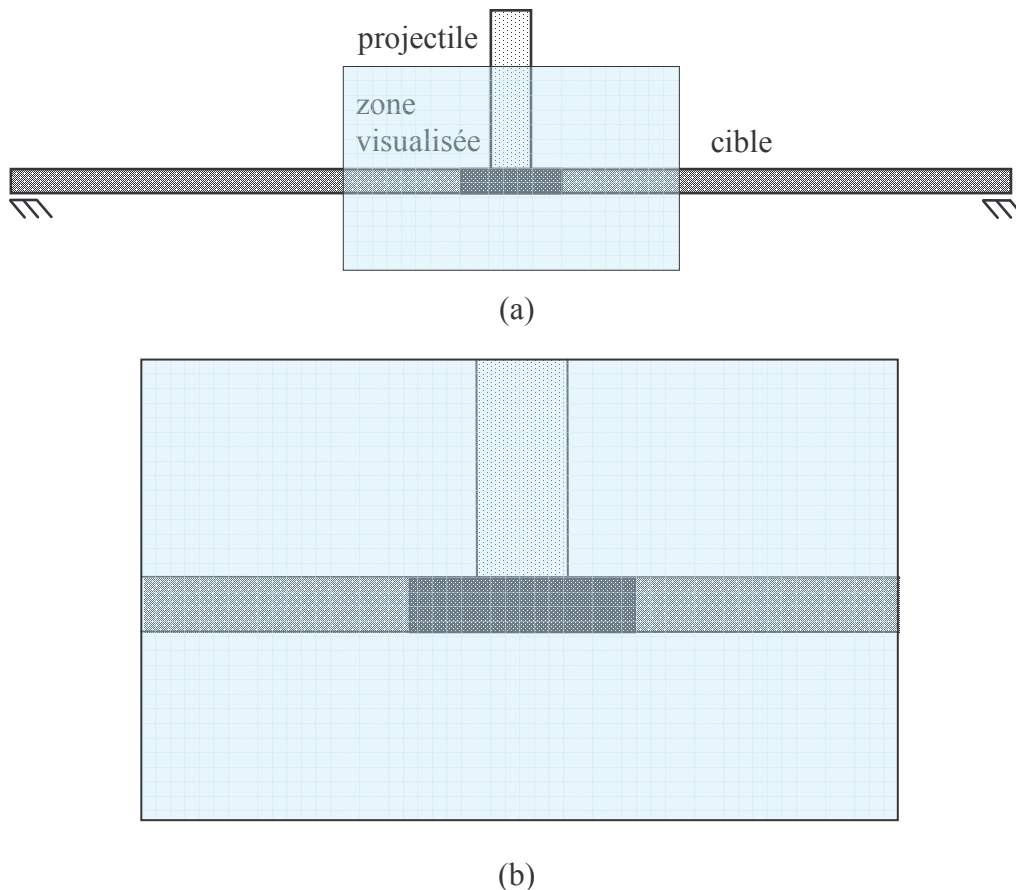


Figure 4.10. Géométries initiales du projectile et de la cible.

Six simulations dans lesquelles la vitesse initiale du projectile  $v$  est 200,4 ; 224,7 ; 244,2 ; 285,4 ; 303,5 et 399,6 m/s sont reportées dans les Figure 4.11-Figure 4.16. Les temps de rupture de la cible  $t_f$  expérimentaux et calculés ainsi que les vitesses du projectile après la perforation de la cible sont aussi reportés dans les Tableau 4.9-Tableau 4.10 et la Figure 4.17.

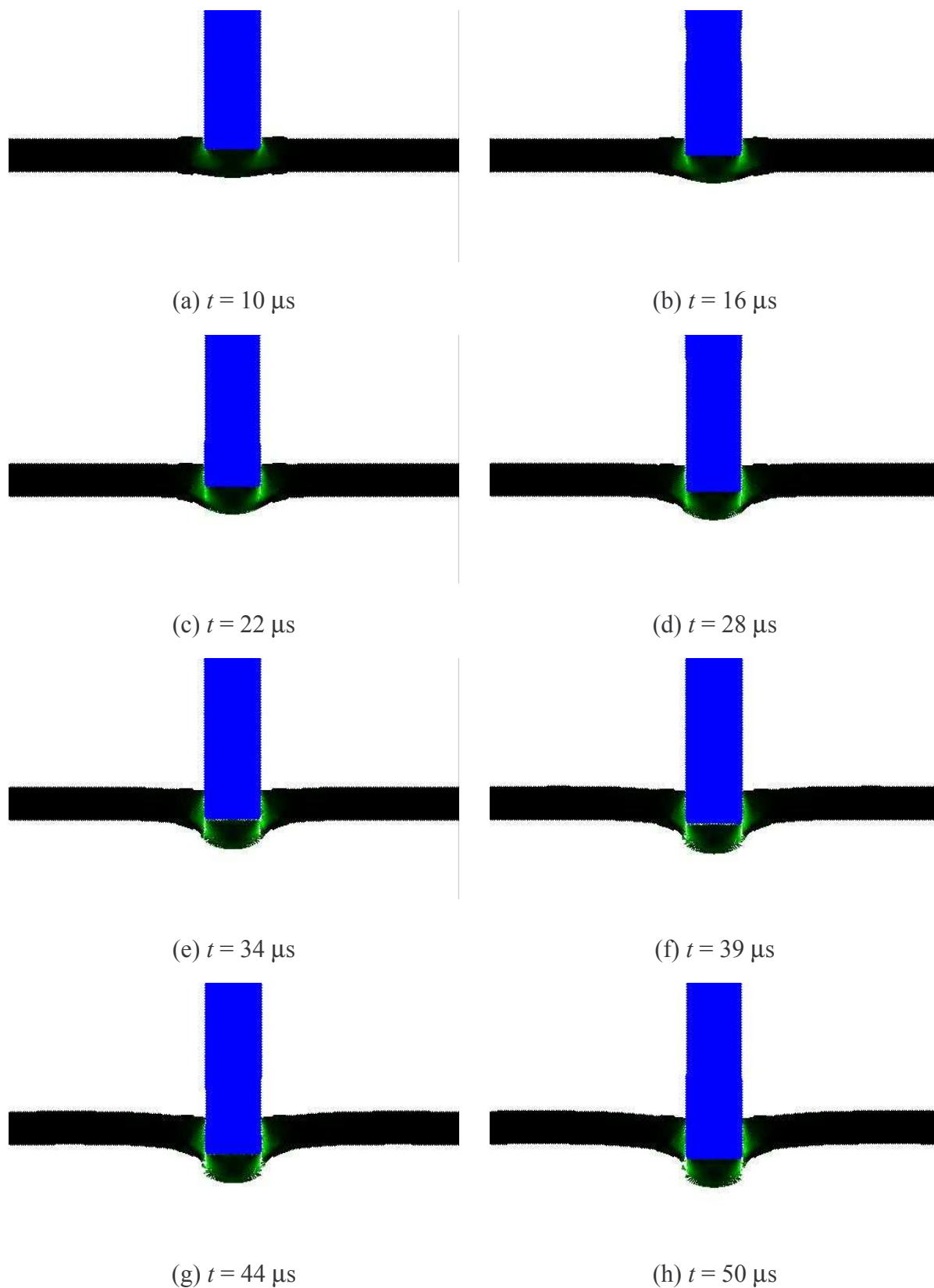


Figure 4.11. Simulation numérique de la perforation d'une cible à  $v = 399,6 \text{ m/s}$ .

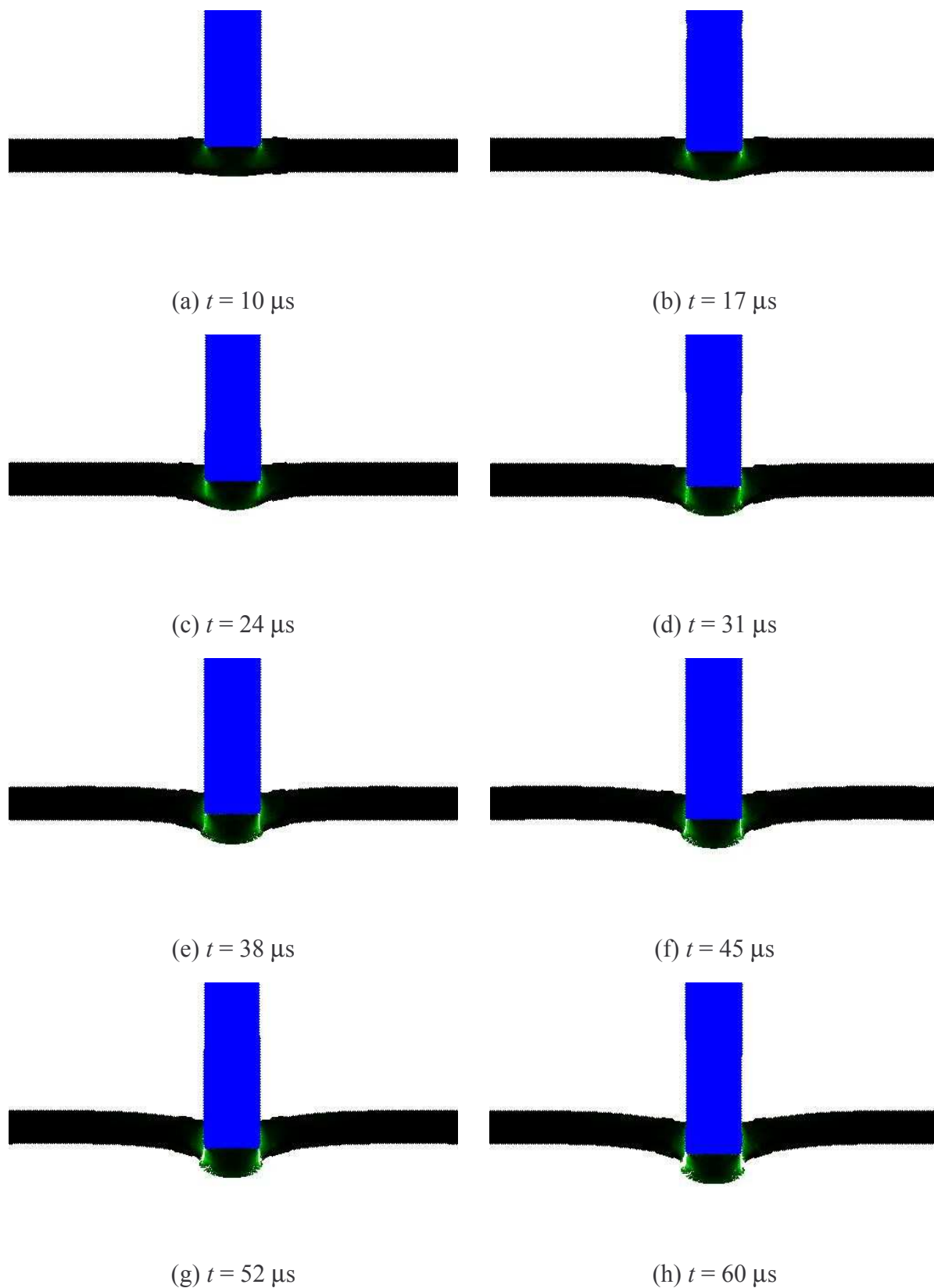


Figure 4.12. Simulation numérique de la perforation d'une cible à  $v = 303,5 \text{ m/s}$ .

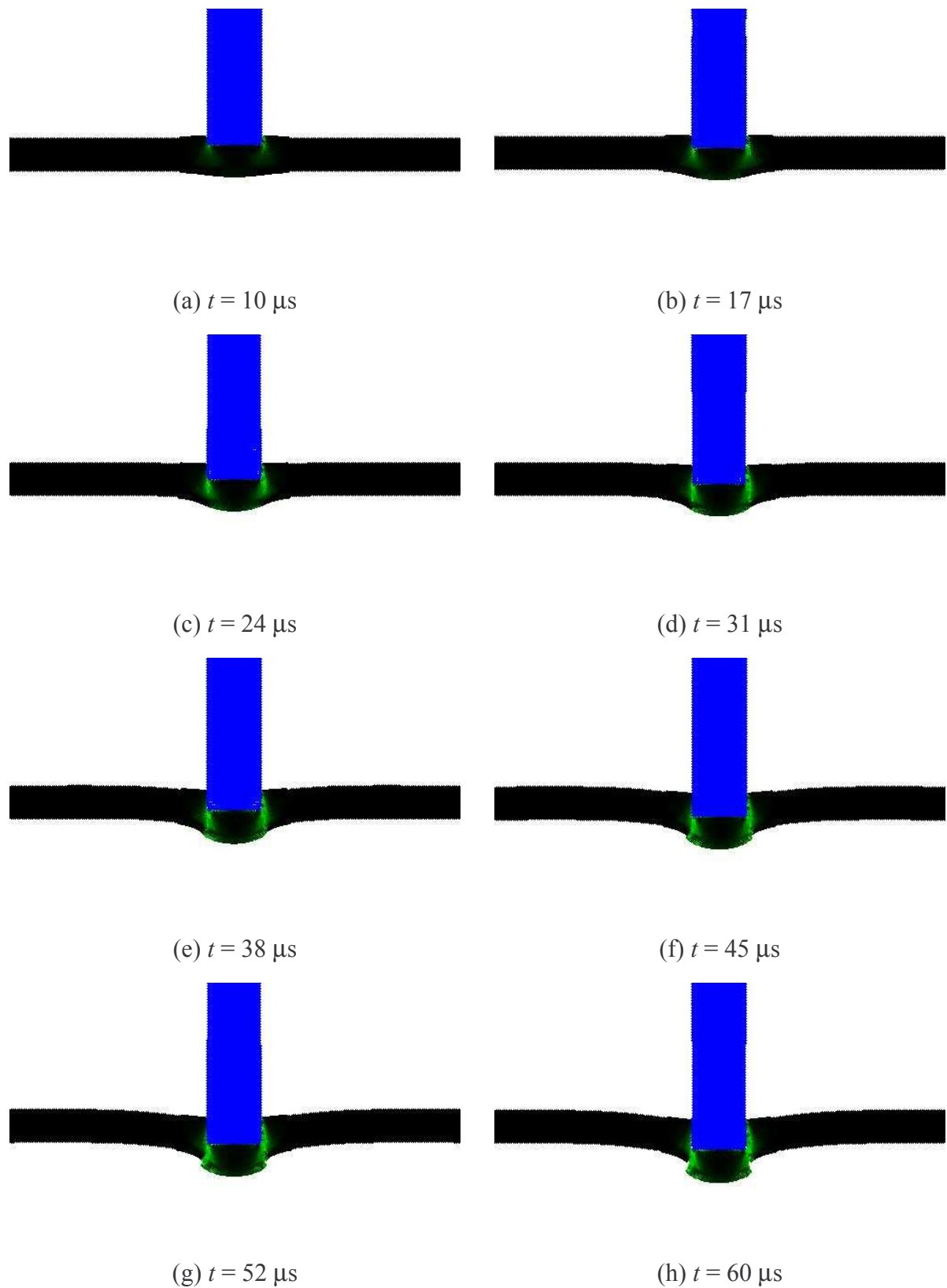


Figure 4.13. Simulation numérique de la perforation d'une cible à  $v = 285,5 \text{ m/s}$ .



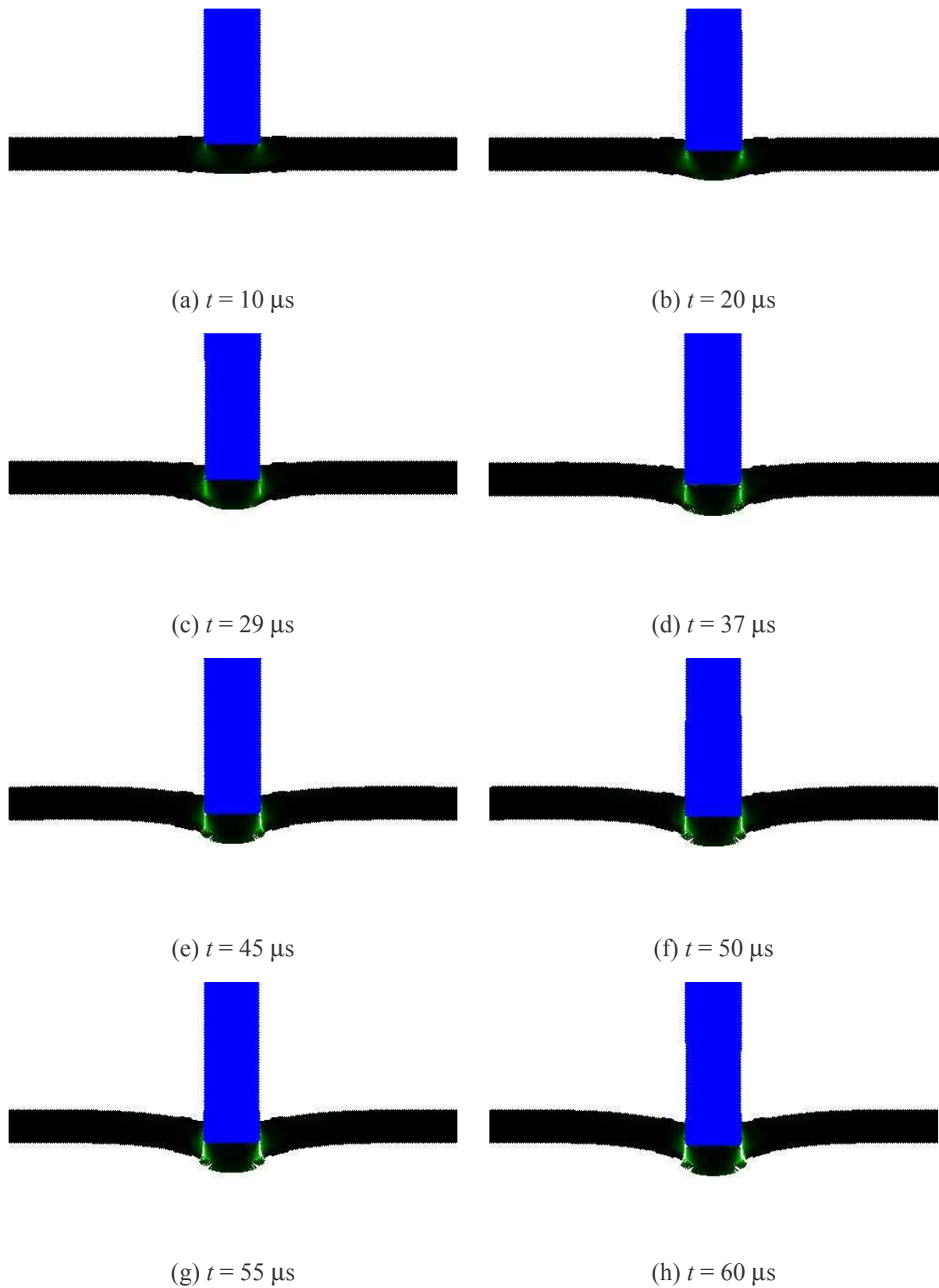


Figure 4.14. Simulation numérique de la perforation d'une cible à  $v = 244,2 \text{ m/s}$ .

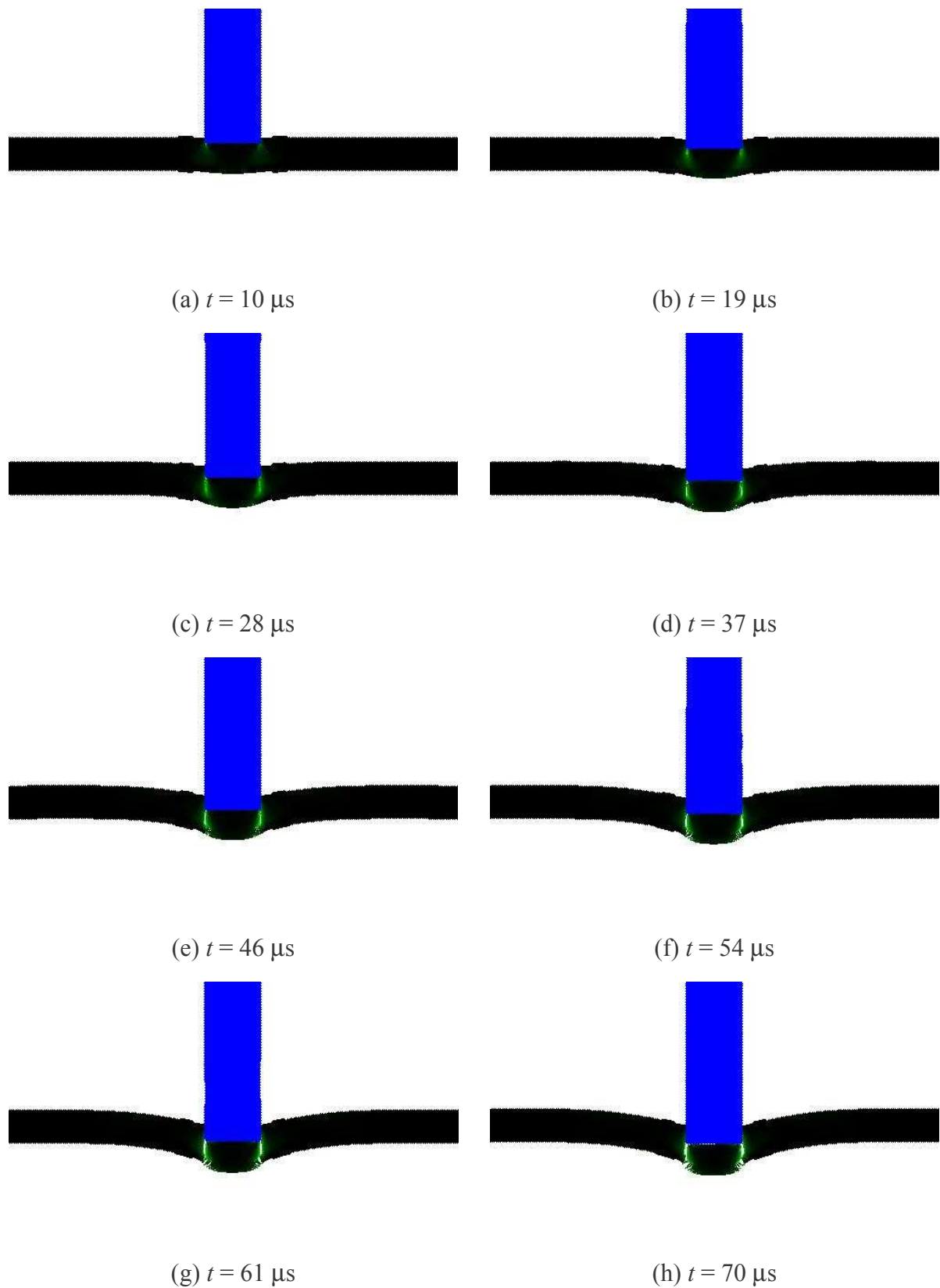


Figure 4.15. Simulation numérique de la perforation d'une cible à  $v = 224,7 \text{ m/s}$ .

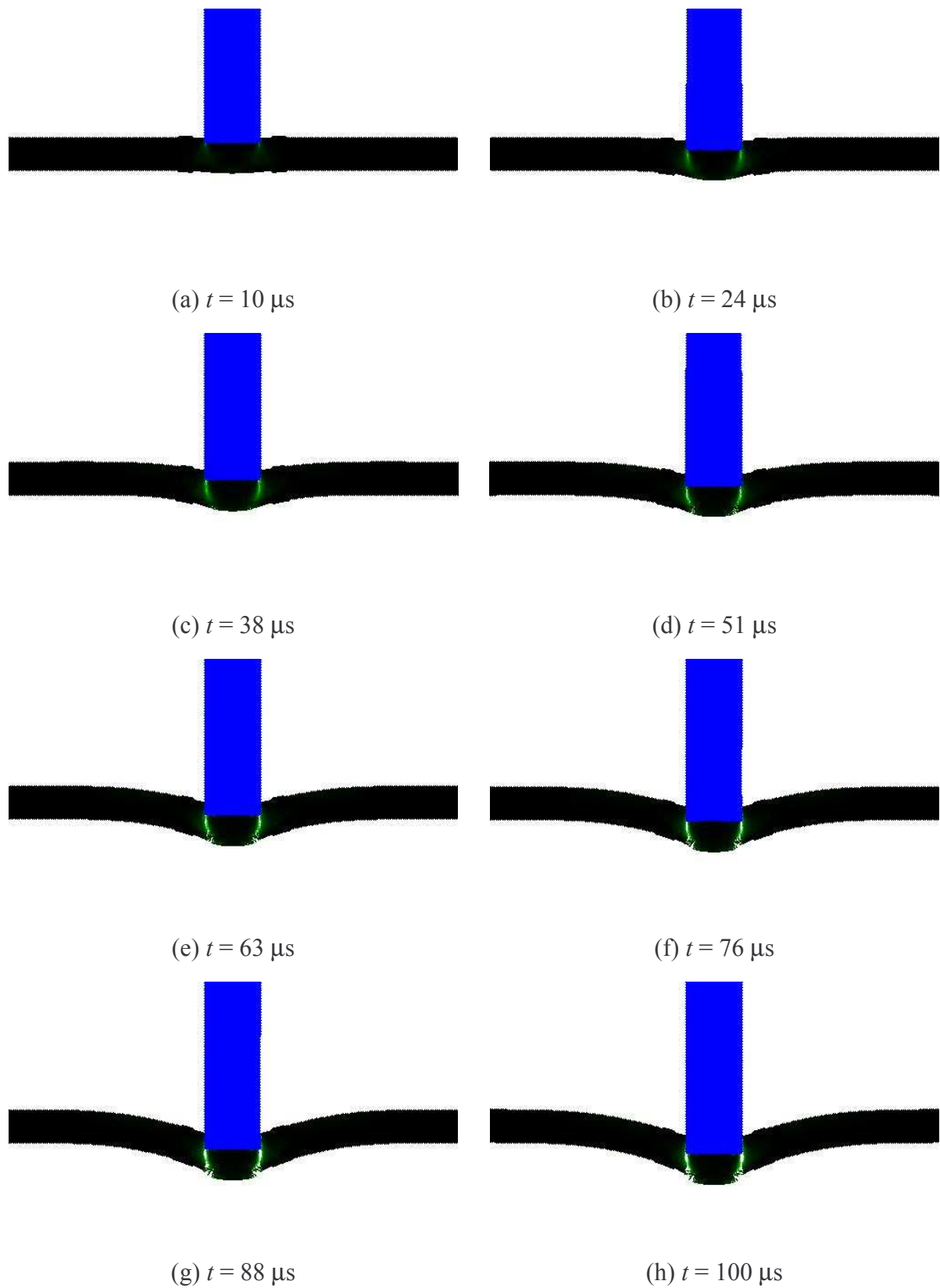


Figure 4.16. Simulation numérique de la perforation d'une cible à  $v = 200,4 \text{ m/s}$ .

Vitesse initiale $v$ (m/s)	Temps de rupture $t_f$ ( $\mu$ s)			Erreurs (%) de $t_f$	
	Expérimental	Modèle de [Dey S. et al. 2007]	SPH	Modèle de [Dey S. et al. 2007]	SPH
399,6	--	43	43	--	--
303,5	60	46	47	30,43	27,66
285,4	65	--	49	--	32,65
244,2	69	--	56	--	23,21
224,7	100	63	66	58,73	51,52
200,4	104	82	115	26,83	9,57

Tableau 4.9. Temps de rupture de la cible.

Vitesse initiale $v$ (m/s)	Vitesse après perforation $v_r$ (m/s)			Erreurs (%) de $v_r$	
	Expérimental	Modèle de [Dey S. et al. 2007]	SPH	Modèle de [Dey S. et al. 2007]	SPH
399,6	291,3	297,2	341,5	1,99	14,70
303,5	199,7	209,1	248,7	4,50	19,70
285,4	181,1	--	230,5	--	21,43
244,2	132,6	--	196,2	--	32,42
224,7	113,7	119,9	168,5	5,17	32,52
200,4	71,4	76,3	147,5	6,42	51,59

Tableau 4.10. Vitesse du projectile pendant la perforation de la cible.

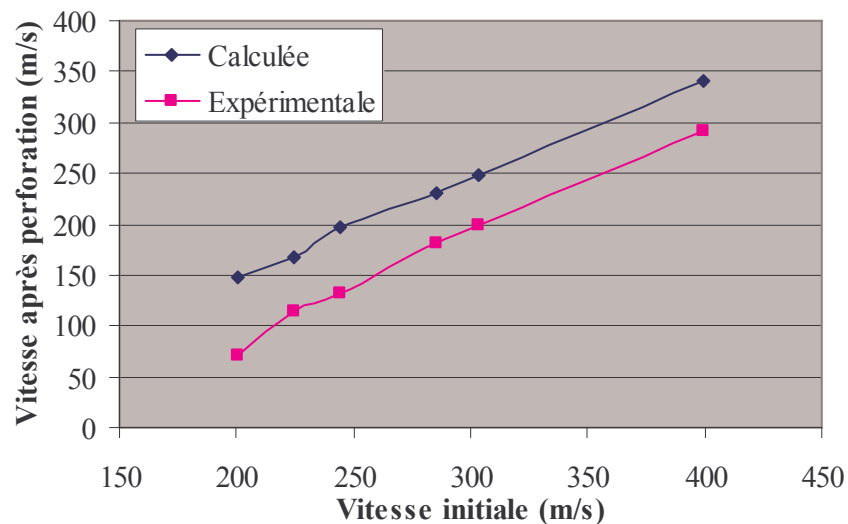


Figure 4.17. Vitesses du projectile initiales et celles après perforation de la cible.

Selon les résultats obtenus, il est nécessaire de remarquer que :

- Les temps de rupture de la cible calculés sont toujours supérieurs aux temps observés (excepté lorsque la vitesse est de 200,4 m/s). Leurs erreurs relatives sont de l'ordre de 30%, voir le Tableau 4.9.
- Les vitesses du projectile après la perforation de la cible calculées présentent des écarts de l'ordre de 30%. Ces erreurs deviennent plus importantes avec de petites vitesses, voir le dernier cas d'étude dans le Tableau 4.10.

- Sur la Figure 4.17, on constate un décalage d’amplitude constante entre les vitesses du projectile calculées et celles expérimentales soit une différence de 50 m/s environ.
- Lorsque la vitesse initiale est inférieure à 224,7 m/s, on observe une dégradation des résultats du fait d’une perturbation du maillage de la cible au niveau de la zone d’impact, comme l’illustre la Figure 4.18.

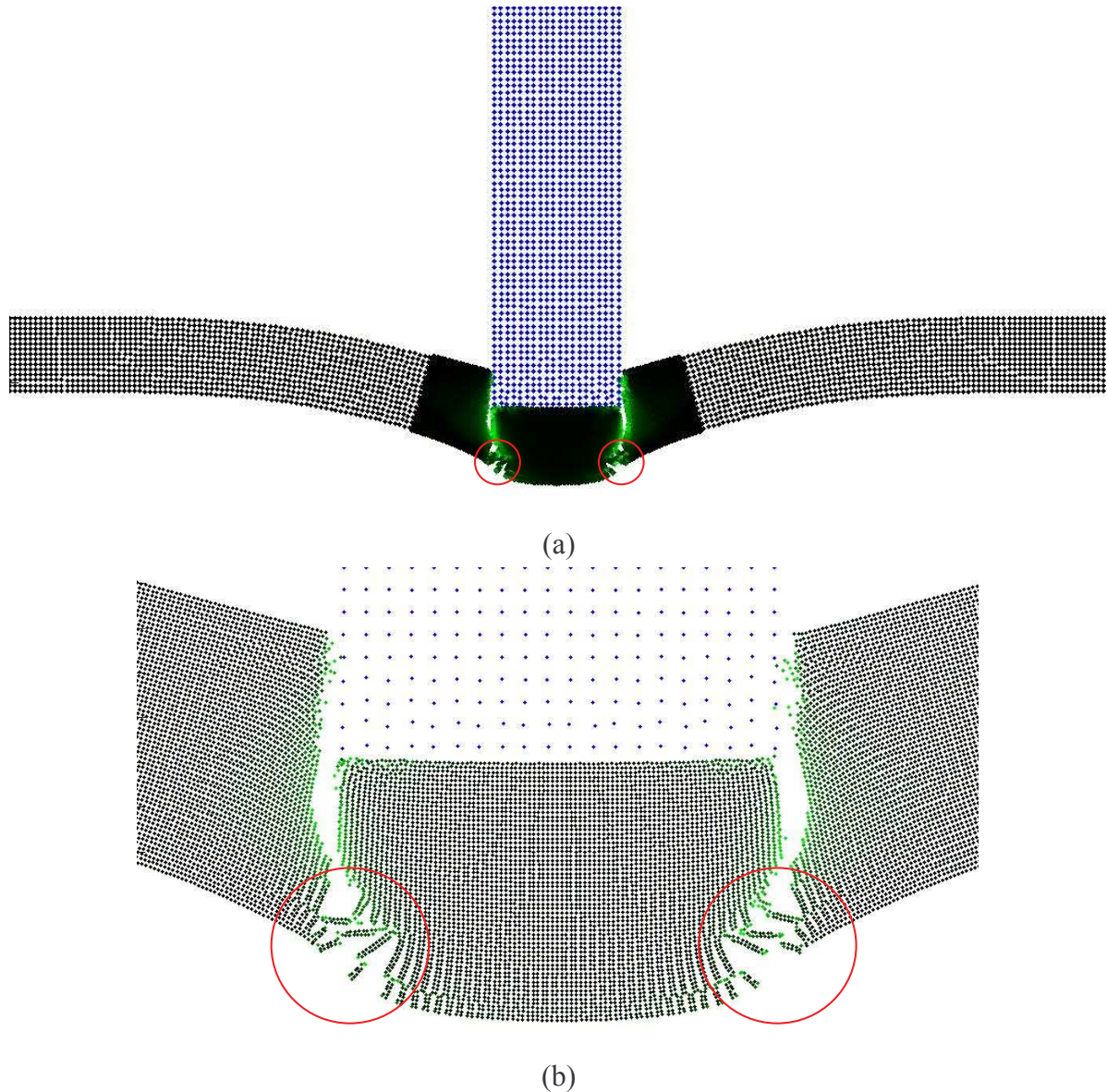


Figure 4.18. Perturbation dans la zone d’impact à 200,4 m/s.

Les erreurs de la SPH viennent sans doute de la simplification des géométries du projectile et de la cible, i.e. le passage de 3D en 2D.

La dernière remarque peut, en effet, s’expliquer par l’une ou l’autre (voir les deux) raison énoncée ci-dessous :

- *La méthode numérique SPH* : Comme précédemment, la zone d’influence d’une particule dépend de sa longueur de lissage, qui joue un rôle important sur la précision de la solution. Dans le cadre de ce travail, on a supposé que cette zone est de forme circulaire,

voir la Figure 4.19a. Si l'objet subit une traction horizontale, la particule  $i$  peut perdre quelques voisins. En effet, la longueur de lissage suivant la verticale est surestimée alors qu'elle est sous-estimée suivant l'horizontale, comme l'illustre la Figure 4.19b. Ainsi, la zone d'influence d'une particule devrait être modélisée par une ellipse, comme le montre la Figure 4.19c. Ceci reste vrai si sa longueur de lissage varie [Liu G.R. et al., 2003].

- *Le modèle de fissure de Johnson-Cook* : Selon les résultats expérimentaux, ce modèle représente correctement la rupture due au cisaillement, mais il est mal adapté à la rupture par traction [Document du logiciel LS-DYNA].

Le développement de la zone d'influence et l'amélioration du modèle de fissure nécessitent d'être approfondis dans le cadre d'une étude ultérieure.

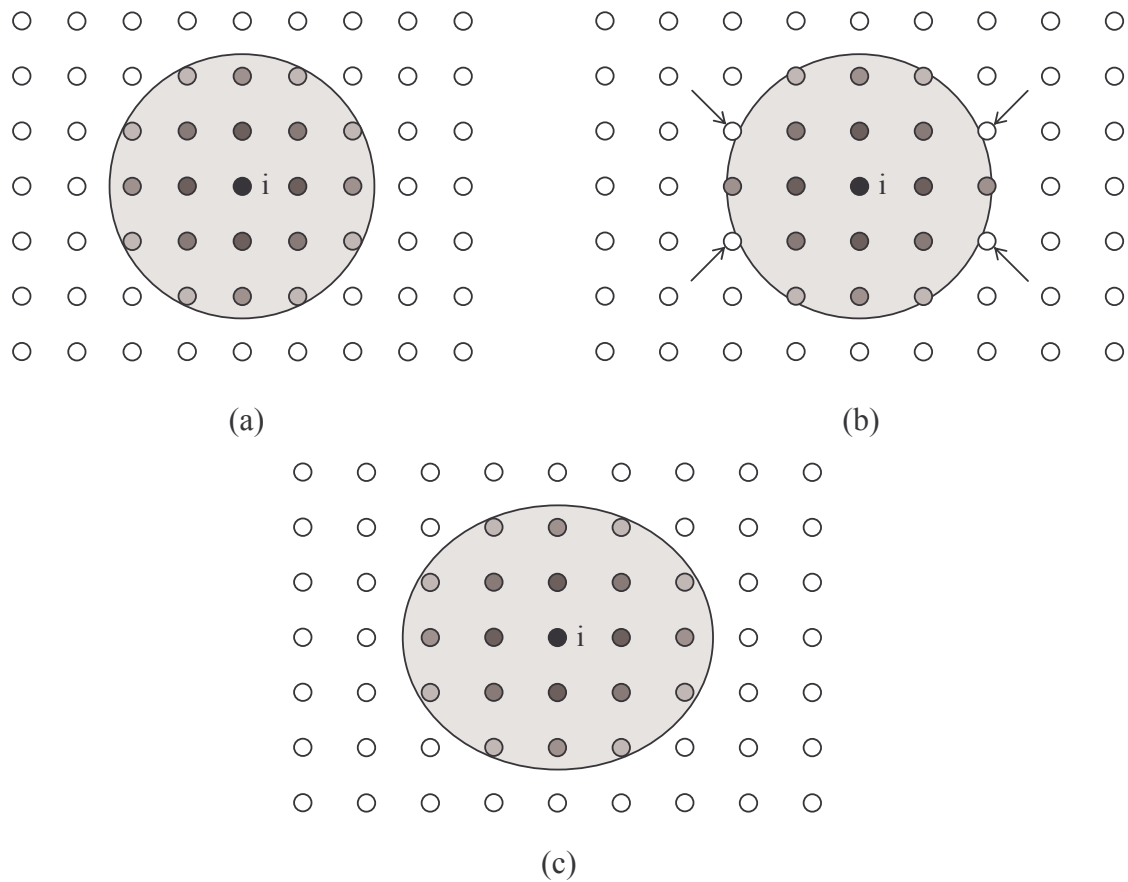


Figure 4.19. Perte des particules voisines

(a) Zone d'influence initiale ; (b) Perte des particules voisines ; (c) Zone d'influence exacte.

## 4.5. Probabilité de rupture

Lors d'une explosion industrielle, la probabilité de rupture  $P_{rup}$  de la cible impactée par un projectile peut être calculée par simulation de Monte Carlo :

$$P_{rup} = \sum_{k=1}^{N_{sim}} \frac{1_{(\text{Etat de la cible} \neq \emptyset)}(k)}{N_{sim}} \quad (4.34)$$

$$1_{(\text{Etat de la cible} \neq \emptyset)}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si la cible impactée est totalement endommagée} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.35)$$

Où  $N_{sim}$  désigne le nombre de simulations de Monte Carlo. La fonction indicatrice  $1_{(\text{Etat de la cible} \neq \emptyset)}(k)$  peut être assimilée à un compteur de rupture, i.e. elle vaut un si la cible est totalement endommagée et zéro sinon.

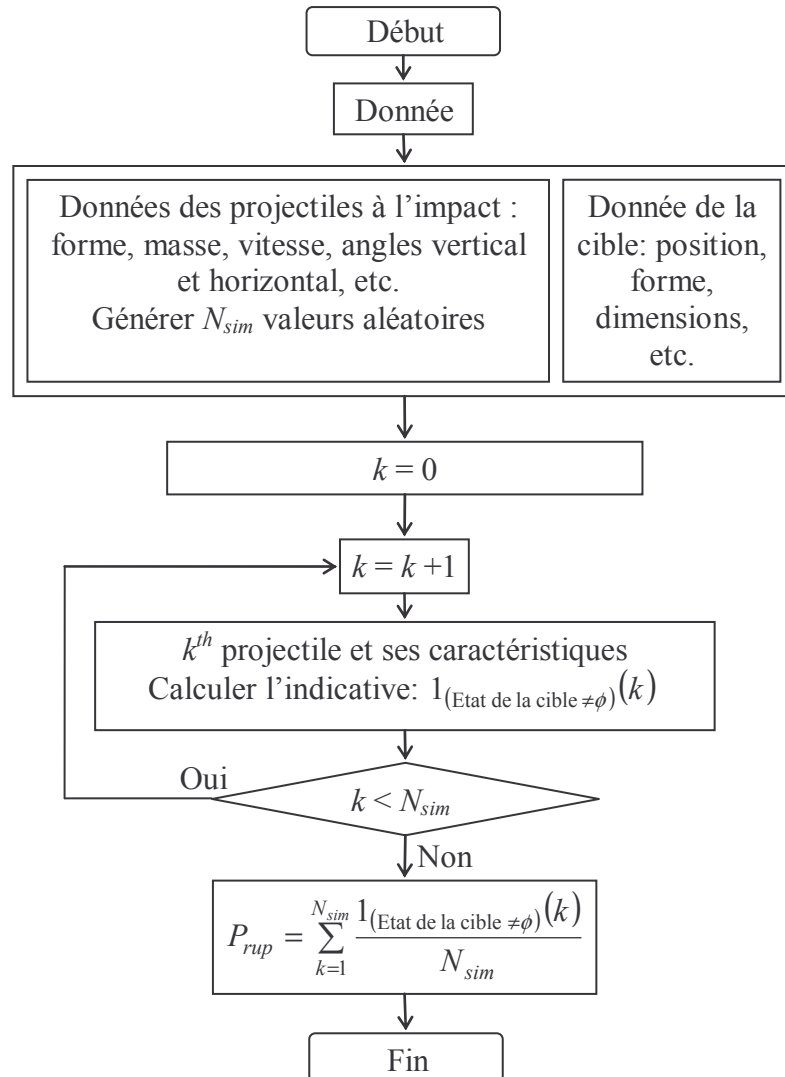


Figure 4.20. Algorithme des simulations de Monte Carlo déterminant la probabilité de rupture.

## 4.6. Application et simulation

### 4.6.1. Accident industriel et données expérimentales

A titre d'exemple, l'accident industriel à Mexico du 19 Novembre 1984 est étudié [Holden P.L., 1998 ; Lees F.P., 2005]. La probabilité d'impact, le point d'impact, la vitesse ainsi que les angles d'impact ont déjà été déterminés à l'aide de simulations de Monte Carlo dans le Chapitre 2. Les données accidentelles ainsi que les résultats numériques sont reportés



dans les Tableau 4.11, Tableau 3.8 et Tableau 3.9.

	Réservoir cylindrique horizontal (A)	Réservoir sphérique (B)
Rayon [m]	2,3	7,2
Epaisseur [m]	0,007	0,01
Longueur [m]	6	
Coordonnées du centre	(0, 0, 0)	(40m, 0m, 8m)
<b>P<sub>imp</sub></b> : Probabilité d'impact	1,32.10 <sup>-2</sup>	

Tableau 4.11. Données et résultats numériques pour l'analyse de l'état de la cible impactée.

#### 4.6.2. Simulations numériques

Afin d'estimer le risque d'impact sur le réservoir sphérique (B) par un projectile généré lors de l'explosion du réservoir cylindrique (A), les modèles mécaniques simplifiés sont mis en œuvre sous certaines hypothèses, à savoir

- Les trois formes étudiées du projectile sont ramenées à une tige dont la longueur est celle du projectile tandis que son rayon est déterminé de manière à retrouver la masse du projectile,
- La forme du réservoir (B) est restreinte à une plaque métallique verticale simplement appuyée,
- Le projectile impacte le centre de la cible.

Les simplifications ci-dessus nécessitent une étude plus détaillée pour estimer les erreurs.

		Cas 1	Cas 2	Cas 3
Projectiles endomma- geant la cible	Vitesse moyenne à l'impact (m/s)	46,67	70,93	69,73
	Energie cinétique moyenne à l'impact [MJ]	3,61	3,76	3,24
	Ratio des fonds de réservoir (%)	33,47	26,43	29,23
	Ratio des fonds oblongs de réservoir (%)	66,53	49,29	47,69
	Ratio des plaques (%)	0	24,29	23,08
	<b>P<sub>imp</sub></b> : Probabilité d'impact	1,32x10 <sup>-2</sup>	0,88x10 <sup>-2</sup>	0,43x10 <sup>-2</sup>
	<b>P<sub>rup</sub></b> : Probabilité de rupture	0,94	0,80	0,76
	<b>P<sub>f</sub></b> : Risque de la cible	1,16x10 <sup>-2</sup>	0,56x10 <sup>-2</sup>	0,25x10 <sup>-2</sup>

Tableau 4.12. Résultats des simulations et probabilité de rupture.

Simultanément, une analyse de sensibilité est réalisée afin d'évaluer l'influence de la position de la cible sur la probabilité de rupture. Pour cela, deux autres simulations dont les paramètres sont explicités dans le Tableau 4.12 sont effectuées, comme l'illustre la Figure 3.31. Les résultats sont reportés dans le Tableau 4.12 où le risque d'occurrence d'un cycle de l'effet domino  $P_f$  est estimé par (1.3). Il est nécessaire de remarquer que :

- Les projectiles de forme plaque causent moins de dommage à la cible que les deux autres types de projectiles.
- Une diminution du nombre de plaques, par rapport au fond de réservoir et au fond oblong de réservoir, est enregistrée dans les trois cas.
- La probabilité de rupture semble ne pas dépendre de la position de la cible mais



probablement de l'énergie cinétique du projectile lors de l'impact, comme le montre les cas 2 et 3 où les projectiles sont de même forme.

#### 4.7. Conclusions

Dans l'objectif d'identifier l'état des cibles impactées par des projectiles, nous avons étudié les conditions d'impact, l'interaction projectile / cible ainsi que les capacités résiduelles de la cible. Cette étude est restreinte à l'impact d'un projectile métallique rigide de forme cylindrique sur une plaque métallique. Deux approches mécaniques ont été proposées :

- *L'approche simplifiée* dans laquelle les deux modèles mécaniques, l'un avec l'angle d'inclinaison nul et l'autre avec l'angle non nul, ont été utilisés. Une bonne concordance entre les résultats théoriques et les données expérimentales a été observée.
- *L'approche complète* qui s'appuie sur un comportement élasto-plastique et sur un modèle de rupture. Afin de modéliser l'impact d'un tube orienté verticalement sur un disque, un code de calcul a été développé.

Enfin, des simulations de Monte Carlo, utilisant les modèles simplifiés, ont été réalisées pour déterminer la probabilité de rupture de la cible. Au travers de ces simulations, on a constaté que :

- Les projectiles de forme plaque causent moins de dommage à la cible que les deux autres types de projectile.
- La probabilité de rupture dépend de l'énergie cinétique du projectile lors de l'impact.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les fragments générés par l'explosion d'un réservoir sont généralement projetés dans l'espace et peuvent constituer de grands dangers pour les installations environnantes. Si les réservoirs impactés sont endommagés, ils peuvent exploser et générer une nouvelle série de projectiles. L'objectif de cette étude est d'estimer le risque encouru par un site industriel lors d'une telle explosion. Ce travail se décompose en quatre chapitres :

- *Méthodologie globale* : Cette partie se concentre sur les accidents industriels et l'effet domino dus à l'explosion d'un réservoir. Le risque d'un cycle de l'effet domino peut s'exprimer en fonction de trois probabilités, à savoir la probabilité de génération des fragments, la probabilité d'impact des projectiles sur des réservoirs voisins et la probabilité de rupture des réservoirs impactés. Cette méthodologie peut être mise en œuvre pour n'importe quel accident naturel ou industriel. Elle s'appuie sur l'analyse des principales étapes, que sont la source d'accident (élément explosé ; foyer de séisme, d'inondation ou de tempête, etc.), la propagation de l'accident initial, les conséquences de cet effet sur les Hommes ainsi que sur les équipements et la possible occurrence de nouveaux accidents successifs dû à l'accident initial.
- *Termes sources* : Les caractéristiques des fragments générés par l'explosion d'un réservoir, i.e. leur nombre, leur forme, leur masse, leur vitesse de départ et leurs angles de départ, sont considérées comme des variables aléatoires. A l'aide des données existantes et du principe du maximum d'entropie, nous avons proposé pour chaque variable aléatoire une distribution de probabilité. Des simulations de Monte Carlo ont été réalisées afin de générer ces termes sources. 1000 simulations reproduisent avec une bonne approximation les distributions probabilistes de chaque variable aléatoire. Cependant, nous nous sommes limité au cas de l'explosion d'un réservoir cylindrique ou sphérique.
- *Trajectoires des projectiles* : Suite à la génération de projectiles, il est donc nécessaire de déterminer leur mouvement. A l'aide de la combinaison des effets d'inertie, de gravitation et d'aérodynamique, deux approches conduisant à la trajectoire du projectile ont été développées, à savoir *l'approche simplifiée* et *l'approche complète*. Dans la première, la trajectoire est obtenue analytiquement sous l'hypothèse de constance des coefficients aérodynamiques tandis que, dans la seconde, la trajectoire est calculée numériquement pour toutes valeurs prises par ces coefficients. Toutefois, ces deux approches sont limitées : l'approche simplifiée n'est applicable que dans un nombre restreint de cas simples alors que l'approche complète peut nécessiter des temps de calcul significatifs. A l'aide des conditions d'impact et des simulations de Monte Carlo, le point d'impact, la vitesse du projectile, les angles au moment d'impact ainsi que la probabilité d'impact ont été déterminés. L'analyse de la sensibilité montre que l'énergie cinétique du projectile et la probabilité d'impact dépendent de la distance à la source. Elle montre aussi qu'il existe une zone privilégiée dans laquelle l'énergie cinétique des projectiles est plus importante que dans les autres. Nous nous sommes restreints à des projectiles de forme fond de réservoir, fond oblong de réservoir et plaque alors que la cible peut être un réservoir ellipsoïdal, cylindrique ou cubique.
- *Etat des réservoirs impactés* : L'interaction projectile / cible ainsi que les capacités

résiduelles de la cible lors de l'impact ont été étudiées. Afin d'estimer l'état de la cible impactée, deux approches mécaniques ont été proposées, à savoir *l'approche simplifiée* et *l'approche complète*. Dans la première, les modèles simplifiés ont été étudiés avec différents angles d'inclinaison du projectile sur la cible tandis que, dans la seconde, un code de calcul sans maillage a été développé prenant en compte un comportement élasto-plastique et un modèle de rupture. Enfin, des simulations de Monte Carlo ont été réalisées afin de déterminer la probabilité de rupture par l'approche simplifiée ce qui a permis de réduire les temps de calcul. On a pu constater que les projectiles de forme plaque causent moins de dommage à la cible que les deux autres types de projectile et que la probabilité de rupture dépend de l'énergie cinétique du projectile. On s'est limité à l'impact d'un projectile métallique rigide de forme cylindrique sur une plaque métallique.

En guise de perspectives, nous envisageons :

- *Pour la partie des termes sources* : Les lois de probabilité des termes sources ont été construites à l'aide du principe de maximum d'entropie et des données accidentelles ou expérimentales. La qualité de ces lois dépend donc du nombre de données disponibles. Par conséquent, il serait nécessaire de collecter de nouvelles données afin d'améliorer éventuellement nos propositions.
- *Pour la partie d'impact* : Les modèles de trajectoire du projectile ont été construits à partir des coefficients de portance et de traînée déterminés expérimentalement. Une étude approfondie sur ces coefficients pour les trois formes du projectile considérées serait à envisager.
- *Pour la partie de rupture* : L'amélioration du code de calcul SPH permet de construire un modèle d'impact complet, ce qui ouvre la possibilité de proposer et de valider des modèles plus élaborés afin d'analyser le risque d'effet domino. Pour cela, on pourrait :
  - + considérer que les influences d'une particule dans différentes directions ne sont pas les mêmes, i.e. la zone d'influence est de forme elliptique par exemple [Liu G.R. et al., 2003 ; Seo S. et al., 2006].
  - + améliorer le modèle de fissure en utilisant, par exemple, le modèle de Gurson ou le modèle de Rousselier qui modélise correctement l'effet de traction [Lorentz E. et al., 2008 ; Rousselier G., 1987 ; Tvergaard V. et al., 1984 ; Zhang Z.L. et al., 2000].
  - + prendre en compte diverses propriétés et caractéristiques mécaniques et physiques des matériaux (projectiles et cibles) constitutifs des installations industrielles.
- *Pour le déclenchement de l'effet domino* : Il convient de développer la partie post-impact de manière à pouvoir évaluer les probabilités de déclenchement de l'effet domino et de ses diverses séquences secondaires.

# BIBLIOGRAPHIE

- ARRETE** Arrêté du 10 mai 2000 relatif à la prévention des accidents majeurs impliquant des substances ou des préparations dangereuses présentes dans certaines catégories d'installations classées pour la protection de l'environnement soumises à autorisation **2000**. <http://aida.ineris.fr/textes/arretes/text3044.htm>. Consulté le 05 novembre 2007.
- AQUARO** D., FORASASSI G. An experimental set up for intermediate speed impact simulation studied related to the safety of NPP structures and components. *Dipartimento di Costruzioni Meccaniche e Nucleari, University of Pisa, Italy* **1987**.
- BAUM** M.R. Disruptive failure of pressure vessels: Preliminary design guidelines for fragment velocity and the extent of the hazard zone. *Journal of Pressure Vessel Technology* **1988**;110(2):168-177.
- BAUM** M.R. Rupture of a gas-pressurized cylindrical vessel: the velocity of a detached end-cap. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **1995**;8(3):149-161.
- BAUM** M.R. Rocket missiles generated by failure of a high pressure liquid storage vessel. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **1998**;11(1):11-24.
- BAUM** M.R. The velocity of end-cap and rocket missiles generated by failure of a gas pressurised vessel containing particulate material. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **1999a**;12(4):259-268.
- BAUM** M.R. Failure of a horizontal pressure vessel containing a high temperature liquid: the velocity of end-cap and rocket missiles. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **1999b**;12(2):137-145.
- BAUM** M.R. The velocity of large missiles resulting from axial rupture of gas pressurised cylindrical vessels. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **2001**;14(3):199-203.
- BENTLEY** J.L. Multidimensional binary search trees used for associative searching. *Communications of the ACM* **1975**;18(9):509-517.
- BENTLEY** J.L. K-d trees for semidynamic point sets. *Annual Symposium on Computational Geometry* **1990**; ISBN:0-89791-362-0:187-197.
- BLESS** S.J., BARBER J.P., BERTKE R.S., SWIFT H.F. (1978) Penetration mechanics of yawed rods. *Int. J. Eng. Sci.*, 16 (11), 829-834.
- BORVIK** T., HOPPERSTAD O.S., LANGSETH M. MALO K.A. Effect of target thickness in blunt projectile penetration of Weldox 460 E steel plates *International journal of impact engineering* **2003**;28(4):413-464.
- BUKHAREV** Y.I., ZHUKOV V.I. (1995) Model of the penetration of a metal barrier by a rod projectile with an angle of attack. *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 31 (3), 104-109.
- CUMMINS** S.J., RUDMAN M. An SPH projection method. *Journal of computational physics* **1999**;152(2):584-607.
- DEY** S., BORVIK T., HOPPERSTAD O.S., LANGSETH M. On the influence of constitutive relation in projectile impact of steel plates *International journal of impact engineering* **2007**;34(3):464-486.

- DIRECTIVE** Directive n° 96/82 du Conseil du 9 décembre 1996 concernant la maîtrise des dangers liés aux accidents majeurs impliquant des substances dangereuses **1996**. <http://aida.ineris.fr/textes/directives/text0487.htm>. Consulté le 05 novembre 2007.
- GLOSSAIRE** Glossaire technique des risques technologiques. *INERIS*, Octobre **2005**.
- GOURMA** M. Towards better understanding of the smooth particle hydrodynamic method. *Thesis report* **2003**, Cranfield University.
- GUBINELLI** G., ZANELLI S., COZZANI V. A simplified model for the assessment of the impact probability of fragments. *Journal of Hazardous Materials* **2004**;116(3):175-187.
- HAUPTMANN** U. A procedure for analyzing the flight of missiles from explosions of cylindrical vessels. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* **2001a**;14(5):395-402.
- HAUPTMANN** U. A Monte-Carlo based procedure for treating the flight of missiles from tank explosions. *Probabilistic Engineering Mechanics* **2001b**;16(4):307-312.
- HOLDEN** P.L., REEVES A.B. Fragment hazards from failures of pressurised liquefied gas vessels. *Institution of Chemical Engineers Symposium Series* **1985**;93:205-220.
- HOLDEN** P.L. Assessment of Missile Hazards: Review of Incident Experience Relevant to Major Hazard Plant. *Safety and Reliability Directorate, Health & Safety Directorate* **1988**.
- HOWELL** B.P., BALL G.J. A free-lagrange augmented Godunov method for the simulation of elastic-plastic solids *Journal of Computational Physics* **2002**;175(1):128-167.
- INERIS** Méthode pour l'Identification et la Caractérisation des effets Dominos. *Rapport final, Direction des Risques Accidentels* **2002a**; N° INERIS-DRA-2002-25472.
- INERIS** Méthode pour l'évaluation et la prévention des risques accidentels. *Rapport scientifique* **2002b**; N° INERIS-DRA-2002-006-025.
- INERIS** Les éclatements de réservoirs, Phénoménologie et modélisation des effets. *Direction des Risques Accidentels* **2004**; N° INERIS-DRA-2004-46055.
- JOHNSON** G.R., COOK W.H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Engineering fracture mechanics* **1985**;21(1):31-48.
- JOHNSON** G.R., STRYK R.A., BEISSEL S.R. SPH for high velocity impact computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **1996**;139(1-4):347-373.
- KAPUR** J.N. *Maximum entropy models in Sciences and Engineering*. Wiley Eastern, New Delhi (book).
- KHAN** F.I., ABBASI S.A. The world's worst industrial accident of the 1990s. *Process safety progress* **1999**;18(3):135-145.
- KHAN** F.I., ABBASI S.A. Estimation of probabilities and likely consequences of a chain of accident (domino effect) in Manali Industrial Complex. *Journal of cleaner production* **2001**;9(6):493-508.
- KNAPP** C.E. An implicit smooth particle hydrodynamic code. *Thesis report* **2000**, University of New Mexico.
- LEES** F. P. Loss prevention in the process industries **2005**; Volumes 1, 2, 3. *Butterworth Heinemann*.
- LEPAREUX** M., JAMET PH., MATHERON PH., LIEUTENANT J.L., COUILLEAUX J., DUBOELLE D., AGUILAR J. **(1989)** Experimental and numerical studies of impacts on stainless steel



- plates subjected to rigid missiles at low velocity. *Nuclear Engineering and Design*, 115, 105-112.
- LI S., LIU W.K. Meshfree and particle methods and their applications. *Applied Mechanics Review* 2002;54:1-34.
- LIU G.R., LIU M.B. Smoothed particle hydrodynamics. *World Scientific, Book* 2003.
- LIU P., DENG X. Experimental investigation of aerodynamic characteristics on slender bodies at high angles of attack. *Journal aéronautique et spatial du Canada* 2003;49(1),31-40.
- LORENTZ E., BESSON J., CANO V. Numerical simulation of ductile fracture with the Rousselier constitutive law. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 2008;197(21-24):1965-1982.
- LUCY L.B. A numerical approach to the testing of fusion process. *The astronomic journal* 1977;88:1013-1024.
- MÉBARKI A., AMI SAADA R., NGUYEN Q.B., MERCIER F., MEFTAH F., REIMERINGER M. Mechanical behavior of metallic plates under metallic rods impact and industrial risks, Keynote lecture. *International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences*, 01-06 December 2005, Chennai, India.
- MÉBARKI A., AMI SAADA R., NGUYEN Q.B., MERCIER F., REIMERINGER M. Mechanical study integrated probabilistic approaches used to analyze the industrial risks. *International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences*, 03-08 January 2007a, Miami, USA.
- MÉBARKI A., NGUYEN Q.B., MERCIER F., AMI SAADA R., MEFTAH F., REIMERINGER M. A probabilistic model for the vulnerability of metal plates under the impact of cylindrical projectiles. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 2007b;20(2):128-134.
- MEBARKI A., GENATIOS C., LAFUENTE M. Risques naturels et technologiques *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, ISBN 2859784365* 2008a.
- MEBARKI A., MERCIER F., NGUYEN Q.B., AMI SAADA R., REIMERINGER M. Partie IV de l'ouvrage « Risques naturels et technologiques - Aléas et vulnérabilité des constructions : vers une formulation probabiliste intégrée » sous la direction de Ahmed Mébarki et la co-direction de Carlos Genatio et Marianela Lafuente aux presses de l'ENPC : Risques industriels et technologiques - Impacts de fragments et effet domino 2008b.
- MÉBARKI A., NGUYEN Q.B., MERCIER F., AMI SAADA R., REIMERINGER M. Reliability analysis of metallic targets under metallic rods impact: towards a simplified probabilistic approach, *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 2008c;21(5):518-527.
- MÉBARKI A., MERCIER F., NGUYEN Q.B., AMI SAADA R. Structural fragments and explosions in industrial facilities: Part I – Probabilistic description of the source terms, *Journal of Loss Prevention in Process Industries* 2009a;22(4):408-416.
- MÉBARKI A., NGUYEN Q.B., MERCIER F. Structural fragments and explosions in industrial facilities: Part II – Projectile trajectory and probability of impact, *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 2009b;22(4):417-425.
- MEHRA V., CHATURVEDI S. High velocity impact of metal sphere on thin metallic plates - A comparative smooth particle hydrodynamics study. *Journal of Computational Physics* 2006;212(1):318-337.

- MERCIER F., BOULANGER R., MEBARKI A., BRUNET L., REIMERINGER M. Risques liés aux impacts de fragments lors des accidents industriels. *La lettre des Techniques de l'Ingénieur - Risques Industriels* 2006;16:5-6.
- MILNE-THOMSON L.M. Theoretical aerodynamics (book). New York, Dover Publications 1973, c1958 1973.
- MONAGHAN J.J. Simulating free surface flows with SPH. *Journal of computational physics* 1982;46(3):429-453.
- MONAGHAN J.J., KOS A. Solitary waves on a cretan beach. *Journal of waterway, port, coastal and ocean engineering* 1999;125(3):145-154.
- MONAGHAN J.J., KOS A., ISSA N. Fluid motion generated by impact. *Journal of waterway, port, coastal and ocean engineering* 2003;129(6):250-259.
- MONAGHAN J.J. Smoothed particle hydrodynamics. *Reports on progress in physics* 2005;68:1703-1759.
- MORRIS J.P. Analysis of smoothed particle hydrodynamics with applications. *Thesis report* 1996, Department of mathematics, Monash University.
- NEILSON A.J. (1985) Empirical equations for the perforation of mild steel plates. *International Journal of Impact Engineering* 3 (2), 137-142.
- NGUYEN Q.B. Modélisation probabiliste de l'impact de projectiles sur des installations voisines – Effet Domino, *Rapport du Master* 2005.
- NGUYEN Q.B., MÉBARKI A., MERCIER F., AMI SAADA R., REIMERINGER M. Domino effect and integrated probabilistic approach for risk analysis. In *Proceedings of the Eighth International Conference on Computational Structures Technology*, B.H.V. Topping, G. Montero and R. Montenegro, (Editors), Civil-Comp Press, Stirlingshire, United Kingdom, paper 31, 2006.
- NGUYEN Q.B., MÉBARKI A., AMI SAADA R., MERCIER F., REIMERINGER M. A Monte-Carlo method used to study the fragment impact effect on the industrial facilities, *International Symposium on Aircraft Materials*, 22-24 Mai 2007a, Agadir, Morocco.
- NGUYEN Q.B., MEBARKI A., AMI SAADA R., MERCIER F., REIMERINGER M. Étude de l'impact des projectiles sur des équipements industriels. *Acte des 25<sup>èmes</sup> rencontres de l'AUGC*, 23-25 mai 2007b, Bordeaux, France.
- NGUYEN Q.B., MEBARKI A., AMI SAADA R., MERCIER F., REIMERINGER M. Modélisation de l'impact de projectiles sur des installations voisines : Couplage Mécano-Probabiliste. *18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique*, CFM2007-1219, 27-31 Août 2007c, Grenoble, France.
- NGUYEN Q.B., MEBARKI A., AMI SAADA R., MERCIER F., REIMERINGER M. Étude de l'impact des projectiles sur des équipements industriels. *Journée « Sécurité et sûreté des structures »*, 16 Octobre 2007d, Carré des Sciences au Ministère de la Recherche, Paris, France.
- NGUYEN Q.B., MÉBARKI A., MERCIER F., AMI SAADA R., REIMERINGER M. Fragment impact effect on the surrounding facilities, *International Symposium on Aircraft Materials*, 12-14 Mai 2008a, Agadir, Morocco.
- NGUYEN Q.B., MÉBARKI A., MERCIER F., AMI SAADA R., REIMERINGER M. Risk analysis for the industrial facilities under fragment impact, *International Symposium on Safety Science and Technology*, Beijing, September 24-27 2008b, Beijing, China.

- NGUYEN Q.B., MÉBARKI A., AMI SAADA R., MERCIER F., REIMERINGER M. A Monte-Carlo method used to study the fragment impact effect on the industrial facilities. *International Journal for Simulation and Multidisciplinary Design Optimization* **2008**;2(2):119-122.
- NGUYEN Q.B., MÉBARKI A., AMI SAADA R., MERCIER F., REIMERINGER M. Integrated probabilistic framework for domino effect and risk analysis. *Advances in Engineering Software* **2009a**;40(9):892-901.
- NGUYEN Q.B., MÉBARKI A., MERCIER F., AMI SAADA R. Étude de l'impact de projectiles sur des installations industrielles. *27<sup>èmes</sup> rencontres de l'AUGC*, 3-5 juin **2009b**, Saint-Malo, France.
- OGER G., DORING M., ALESSANDRINI B., FERRANT P. Two-dimensional SPH simulations of wedge water entries. *Journal of computational physics* **2006**;136(1):41-50.
- PRICE D.J. Magnetic fields in Astrophysics. *Thesis report* **2004**, University of Cambridge.
- PRIM Portail de la prévention des risques majeurs. <http://www.prim.net/>. Consulté le 15 février 2007.
- RANDLES P.W., LIBERSKY L.D. Smoothed particle hydrodynamics: Some recent improvements and applications. *Computer methods in applied mechanics and engineering* **1996**;139(1-4):375-408.
- RUSINEK A., RODRIGUEZ-MARTINEZ J.A. ARIAS A., KLEPACZKO J.R., LOPEZ-PUENTE J. Influence of conical projectile diameter on perpendicular impact of thin steel plate. *Engineering fracture mechanics* **2008**;75(10):2946-2967.
- ROUSSELIER G. Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture. *Nuclear Engineering and Design* **1987**;105(1):97-111.
- SCHWAIGER H.F. An implementation of Smoothed Particle Hydrodynamics for large deformation, history dependent geomaterials with applications to tectonic deformation. *Thesis report* **2007**, University of Washington.
- SEO S., MIN O. Axisymmetric SPH simulation of elasto-plastic contact in the low velocity impact. *Computer Physics Communications* **2006**;175(9):583-603.
- SHINTATE K., SEKINE H. Numerical simulation of hypervelocity impacts of a projectile on laminated composite plate targets by means of improved SPH method. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* **2004**;35(6):683-692.
- SIMO J.C. Algorithms for static and dynamic multiplicative plasticity that preserve the classical return mapping schemes of the infinitesimal theory. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **1992**;99:61-112.
- SIMO J.C., HUGHES T.J.R. *Computational inelasticity, volume 7* (book) Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg, ISBN 0-387-97520-9 **1998**.
- TVERGAARD V., NEEDLEMAN A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica* **1984**;32(1):157-169.
- WANG W., WANG J., KIM M. An algebraic condition for the separation of two ellipsoids. *Computer Aided Geometric Design* **2001**;18(6):531-539.
- YVONNET J. Nouvelles approches sans maillage basées sur la méthode des éléments naturels pour la simulation numérique des procédés de mise en forme. *Rapport de thèse* **2004**, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.



- ZHENG Y., HU X., SUTHERLAND J.W. Application of finite deformation theory to the development of an orthogonal cutting model – Part II: Experimental investigation and model validation. *Journal of manufacturing science and engineering* 2006;128:767-774.
- ZHANG Z.L., THAULOW C., ODEGARD J. A complete Gurson model approach for ductile fracture. *Engineering fracture mechanics* 2000;67(2):155-168.

# ANNEXE I

## DONNEES ACCIDENTELLES

Les données relatives à des accidents collectées dans la littérature sont rapportées dans les tableaux suivants [Holden P.L., 1988].

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
1	Port Newark, NJ	07/07/1951	Propane	100	Storage Vessels	B	Many	Flattened Sectional + Tubs	400-800
2	Shattuck, Okla	04/03/1958	Propane	42	PSPX 16270	B	3	Short tub	61
								Tub (2/3 tank)	366
			Propane	55	PSPX 21730	B	2	Tub	244
			Propane	44	PSPX 16855	B	3	Short tub	152
								Tub (2/3 tank)	122
3	Ellaville, Fla	29/11/1958	GPL	44	PSPX 25090	B?	2	Tub (2/3 tank)	61
4	Monroe, La	22/01/1959	Propylene	42	SHPX 1828	B	2	1/3 tank (tub?)	61
5	Deer Lake, Pa	02/06/1959	GPL	90	Road tanker	B	7	Tub	275
								Rear head centre	105
								Rear head piece	50
								Rear head piece	210
6	Ottawa, Kans	28/08/1960	Propane	40	WRNX 5850	B	3	End tub	61
7	Asbury, Mo	13/12/1960	Ethylene Oxide	38	GATX 67708	OF	2	Tub?	30
8	Scranton, N. Dak	08/06/1961	GPL	?	Road tanker	B	1?	Tub	91
9	Toledo, Ohio	22/06/1961	Carbon Dioxide	22	GATX 32396	S(Fat)?	?	1/2 tank (tub)	122

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m³)	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
10	Maple, Ont	04/08/1962	GPL	76	UTLX 83559	B	3	part of tank (tub?)	91
11	Brandtsville, Pa	23/04/1963	GPL	70	SFTX 501	B	2	Small piece	91
				90	SFTX 731	B?	2	End tub (60% of tank)	275
12	Moran, Kans	12/10/1964	GPL	124	NATX 32093	B	2	2/3 tank (tub?)	137
			GPL	124	NATX 31042	B	2	Tub (1/2 tank)	275
13	Frierson, La	04/06/1966	Butadiene	124	Rail tanker	B?	2	Tub	15
14	Crawfordville, Ga	16/06/1966	GPL	124	ACSX 932040	?(UF)	?	4/5 tank	300
15	Verona, Ky	28/08/1966	GPL	124	PSPX 33618	B	2	4/5 tank (tub?)	183
16	Litchfield, Ill	05/03/1967	Ethylene Oxide	76	GATX 84793	OF	several	One piece	460
17	Jarrow, Alba	14/09/1967	Propane	124	CGTX 63528	B?	3	Tub	460
18	Dunreith, Ind	01/01/1968	Ethylene Oxide	76	GATX 83568	OF	2+1	Manway nozzle	240
19	Stillwell, Okla	04/04/1968	Vinyl Chloride	145	GATX 98216	B?	3	Tub	122
20	Cotulla, Tex	27/05/1968	Ethylene Oxide	42	GATX 37852	OF	3	End tub	91
21	Battelle, Ala	12/01/1969	GPL	124	NATX 34420	B?	several	One piece	670
			GPL	124	GATX 83645	B?	1	Flattened tank	30
			GPL	124	CONX 9233	B?	2	1/3 tank-tub	61
								2/3 tank-tub	0
22	Springville, Ala	15/01/1969	Propane	124	GATX 97625	B?	3	1/2 tank-tub	183

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
			Propane	124	UTLX 83606	I	3	Tub	183
			Propane	124	NATX 31014	B?	3	Tub	69
23	Laurel, Miss	25/01/1969	Propane	124	ACDX 930045	B	3	End tub	490
			Propane	124	POTX 261	B	3	End tub (37ft long)	490
								End tub	30
			Propane	124	POTX 267	B?	3	One end	306
			Propane	124	POTX 269	B	3	End tub (37ft long)	335
								2 flat sections	15
									30
			Propane	124	GALX 557	CP	2	Tub (3/4 tank)	152
			Propane	124	UTLX 88602	CP	2	Tub (3/5 tank)	122
			Propane	124	POTX 162	B	2	Short tub	61
								Flat piece	0
			Propane	124	GATX 89965	B	2	Tub	305
			Propane	124	POTX 200	B	2	Tub (1/2 tank)	200
			Propane	124	POTX 224	B	2	Tub	91
			Propane	124	ACDX 930027	I	0+1	Nozzle	137
			Propane	124	GATX 89971	B	3	Pieces Unidentified	23
									30
24	Crete, Nebr	18/02/1969	Anhydrous NH <sub>3</sub>	124	GATX 18120	I	7	Tub	0
								1 piece	43
								1 piece	40

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m³)	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
								5m long 5Te piece	61
								1 piece	161
									174
									183
25	Pringle, Tex	05/03/1969	GPL	124	GATX 97362	B	2	Tub?	183
			GPL	124	ACFX 18815	B	2?	70% of head	30
26	Cumming, Iowa	29/04/1969	Anhydrous NH <sub>3</sub>	124	GATX 84429	CP	3	1/3 tank tub	91
27	Alhambra, III	07/05/1969	GPL	124	NETX 33115	B	2	1/2 tank	30
28	Glendora, Miss	11/09/1969	Vinyl Chloride	90	SHPX 85069	B	2	Tub? (1/2 tank)	183
								Large flat section	61
29	Troup, Tex	18/10/1969	Ethylene Oxide	90	GATX 12807	B/OF	1 large + several small flat	Large flat	1500
30	Lehigh, Kans	19/11/1969	GPL	124	UTLX 99372	B	2	Tub? (2/5 tank)	275
			GPL	124	UPCX 81505	B	3	Tub? (1/2 tank)	76
			GPL	124	UPCX 83641	B	2	Tub? (2/3 tank)	150
31	Crescent City II	21/06/1970	GPL	124	NATX 32025	B	4	2/3 tank - end tub	180
								End tub	91
								1/3 shell section	230
								Other frag	180
			GPL	124	SOEX 3252	B	2	1/3 tank - tub	490

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
								Tub	61
			GPL	124	NATX 33990	B	2	2/3 tank - tub	180
								1/3 tank - tub	85
			GPL	124	SCMX 3445	B	2?	4/5 tank - tub	180
								1 piece	20
			GPL	124	SOEX 3219	B	2	1/2 tank	10
								1/2 tank (tub?)	20
32	Melville, Saskatchewan	24/06/1970	Propane	124	UTLX 90179	B	2	1/2 tank - tub	91
33	South Byron, NY	27/08/1970	Vinyl Chloride	124	PPGX 9990	B	3-5	Part of head	61
34	Callao, Mo	07/01/1971	Anhydrous NH <sub>3</sub>	124	GATX 94451	I	9	Tub? (1/3 tank)	180
35	Baton Rouge, La	19/01/1971	Ethylene	25	Road tanker	?	1	Entire tank	38
36	Eden Prairie, Minn	04/02/1971	GPL	34	Road tanker	CF?	4	Rear 1/3 tank tub?	183
								Head piece	?
								Head piece	304
								Flat Section	183
37	Kamloops, BC	19/07/1971	GPL	124	CGTX 64051	CF	2	End cap	805
			GPL	124	CGTX 63526	B	4	Tub	275
38	Houston, Tex	19/10/1971	Vinyl Chloride	180	ESMX 4804	B	4	Short tub	90
								Large tub	90
								Large piece	37
								Smaller piece	50

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
			Vinyl Chloride	180	ESMX 4803	CP	1	Entire tank	75
39	Tewksbury, Mass	09/02/1972	GPL	32	Road tanker	B	2	Tub Flat piece	100 0
40	Morrisburg, Ont	11/02/1972	GPL	124	UTLX 80631	B?	2	3/4 tank (tub?)	200
41	New Jersey Turnpike, NJ	21/09/1972	Propylene	27	Road tanker	B	3	End tub (3/4 tank) Rear head Flat piece	400 165 85
42	Burden, Kans	11/11/1972	GPL	124	AAX 9138	I	Tub+several	Tub Assume 2 pieces	76 30 30
43	Powder Springs Ga	21/01/1973	GPL	124	GATX 83706	CF	1?	Entire tank?	38
			GPL	124	GATX 89910	B	3	End tub	61
44	Kingman, Ariz	05/07/1973	GPL	76	Rail car	B	2	1/2 tank ie tub 1/2 tank flat	365 0
45	Potchefstroom, S. Africa	13/07/1973	NH <sub>3</sub>	74	Bullet	S	1	1/2 dished end	40
46	Mountainville, NY	17/12/1973	Propane	45	Storage tank	B	2	Tub (north end) Tub (south end)	76 378
47	West St Paul, Minn	11/01/1974	GPL	42	Storage tank	B	3	1/2 of tank-tub West end (flat) Small piece (6'x7')	56 122 62
48	Oneonta, NY	12/02/1974	GPL	115	UTLX 83736	B		1/2 section	385

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
				115	GATX 96525	B		1/2 section	385
49	Eagle Pass, Tex	29/04/1975	GPL	33	Road tank	I	4	3/4 vessel (tub)	500
								Rear head	260
								Section	240
								Section	110
								Baffle	165
50	Angleton, Tex	22/06/1975	GPL	68	Storage tank	B	2	Small pieces (23-34kg)	1500
			GPL	15	Storage tank	B	2	Large end	460
51	Des Moines, Iowa	01/09/1975	GPL	115	NATX 34071	B	2	16m long, flat piece	0
								6m long tub	28
			GPL	115	GATX 83347	B	3	Flat section	5
								3m long tub	20
								3m long tub	20
			GPL	115	GATX 83340	CF	3	End tub, 13,4m long	65
								2,7x1,5m tank end	61
								Flat piece	60
			GPL	115	UTLX 99429	B	4	Large flat piece	20
								0,3x1m piece	20
								Flat piece	200
								Flat piece	300
			GPL	115	UTLX 81650	I?	1	Whole tank	20
52	Fertile, Minn	23/10/1975	GPL	115	Tank car	I	1	Complete tank	240
53	Belt, Mont	26/11/1976	GPL	?	Rail car 37	I	1?	Complete tank?	120



N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
54	Dallas, Tex	20/02/1977	GPL	?	Rail car 34	B	1	Tank parts	150
			GPL	125	Rail car	B	3	Tub (38')	173
								Section (9')	10
								Section (20')	5
55	Puebla, Mexico	?/?/1977	VCM	20Te	Storage bullet 1	B	2?	End tub	800
			VCM	20Te	Storage bullet 2	B	1?	End tub	200
								Tub from 1 or 2	1000
56	Waverly, Tenn	22/02/1978	GPL	115	UTLX 83013	CP	4	60% tank-tub	15
								Short end-tub	60
								8x4m section	45
								8x5m other section	40
57	Texas City, Tex	30/05/1978	GPL	160	Bullet No 453	B	3	Section	103
								End tub	58
								End tub	137
					Bullet No 454	B	1	Tank	120
					Bullet No 455	B	1	Tank	7
					Bullet No 465	B	1	Tank	14
					Bullet No 466	B	1	Tank	5
58	Los Alfaques, Spain	11/07/1978	Propylene	22	Road tanker	OCF	3	Large tub	260
								Head	300
								Section	45

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
								Baffle	70
59	Canyon, Tex	22/11/1978	GPL	125	Rail car	B	1?	End portion of tank	457
60	Nijmegen, Holland	18/12/1978	GPL	?	Road tanker	B	2	Small portion	50
								Flattened vessel	0
								Baffle	125
61	Crestview, Flo	08/04/1979	Anhydrous NH <sub>3</sub>	127	IMCX 2817	CP	2	Tub	200
					IMCX 2513	OF	3	Tub	76
								End tub	200
								Two pieces	20
62	Mississauga, Canada	10/11/1979	Propane	90	Rail car No 8	B	?	Large section tub?	45
					Rail car No 12	B	?	Large section tub?	135
					Rail car No 13	B	?	Large section tub?	675
					Rail car No ?	B	?	Flattened piece	60
63	Montanas, Mexico	??/1981	Chlorine	?	Rail tanker	I	1?	End tub	200
64	South Hutchinson, Kans	10/09/1981	Ammonis	?	Road tanker	B?	?	Tank portion	183
65	San Juan, Mexico City	19/11/1984	GPL	36-270	Storage bullets	B		End tub - 3	100
								End tub - 4	200
								End tub - 3	300
								End tub - 2	400
								End tub - 1	700
								End tub - 1	1000

N°	Place	Jour	Matériel	Capacité (m <sup>3</sup> )	Réservoir ID	Code	Nombre de fragments	Type de fragments	Distance (m)
66	?	?	GPL	90		B	2	End tub - 1	1200
								Half vessel	300
								Half vessel	400

Tableau I.1. Type de fragments de l'éclatement d'un réservoir cylindrique de gaz

Tableau 2.1 [Holden P.L., 1988].

N°	Place	Date	Matériau	Réservoir ID	Code d'événement	Nombre de fragments
1	Brinkley	12/03/1959	Butane	Storage vessel	B	3
2	Deer Lake, Pa	02/06/1959	GPL	Road tanker	B	7
3	Battelle, Ala	12/01/1969	Propane	CONX 9233	UF	1
4	Battelle, Ala	12/01/1969	Propane	GATX 83645	UF	1
5	Laurel, Miss	25/01/1969	GPL	POTX 162	B	1
6	Laurel, Miss	25/01/1969	GPL	POTX 269	B	1
7	Pringle, Tex	05/03/1969	GPL	GATX 83388	B	2
8	Pringle, Tex	05/03/1969	GPL	SHPX 19943	B	4
9	Glendora, Miss	11/09/1969	VCM	SHPX 85069	B	2
10	Lehigh	19/11/1969	GPL	UTLX 81505	B	3
11	Lehigh	19/11/1969	GPL	UTCX 83641	B	2
12	Crescent City II	21/06/1970	GPL	NATX 32025	B	4
13	Crescent City II	21/06/1970	GPL	NATX 33990	B	2
14	Crescent City II	21/06/1970	GPL	SCMX 3445	B	1
15	Crescent City II	21/06/1970	GPL	SOEX 3252	B	2
16	Crescent City II	21/06/1970	GPL	SOEX 3219	B	2
17	South Byron, NY	27/08/1970	VCM	PPGX 9990	B	5
18	Eden Paine, Minn	04/02/1971	GPL	Road tanker	B	4
19	Houston, Tex	19/10/1971	VCM	ESMX 4803	B	4
20	Houston, Tex	19/10/1971	VCM	ESMX 4804	CP	1
21	Tewksbury, Mass	09/02/1972	GPL	Road tanker	B	1
22	New Jersey Turnpike, NJ	21/09/1972	Propylene	Road tanker	B	3
23	Kingman, Ariz	05/07/1973	GPL	Rail car	B	1
24	White Sands	28/07/1973	GPL	RAX 201	B	10
25	Moutainville, NY	17/12/1973	GPL	Storage vessel	B	2
26	West St Paul, Minn	11/01/1974	GPL	Storage vessel	B	3
27	Des Moines, Iowa	01/09/1975	GPL	NATX 34071	B	1
28	Des Moines, Iowa	01/09/1975	GPL	GATX 83347	B	3
29	Des Moines, Iowa	01/09/1975	GPL	GATX 83340	CF	3
30	Des Moines, Iowa	01/09/1975	GPL	UTLX 99429	B	4
31	Dallas, Tex	20/02/1977	GPL	Rail car	B	3
32	Nijmegen	18/02/1978	GPL	Road tanker	B	1
33	Texas City, Tex	30/05/1978	Light HC	Storage vessel 454	B	1
34	Texas City, Tex	30/05/1978	Light HC	Storage vessel 453	B	3
35	Canyon, Tex	22/11/1978	GPL	Rail car	B	1
36	Los Alfaques	11/07/1978	Propylene	Road tanker	OCF	3
37	Crestview, Flo	06/04/1979	Anhydrous NH <sub>3</sub>	IMCX 2513	OF	3
38	?	?	LFG	Storage vessel	B	2

Tableau I.2. Nombre de projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique de gaz (avec feu), Tableau 3.3 [Holden P.L., 1988].

N°	Place	Date	Matériel	Réservoir ID	Code d'événement	Nombre de fragments
1	Lieven, France	21/08/1968	NH <sub>3</sub>	Road tanker	S	2
2	Springville, Ala	15/01/1969	GPL	UTLX 83606	I	3
3	Laurel, Miss	25/01/1969	GPL	ACDX 930027	I	1
4	Crete, Nebr	18/02/1969	NH <sub>3</sub>	Rail car	I	6
5	Cumming, Iowa	29/04/1969	NH <sub>3</sub>	GATX 84429	CP	3
6	Callo, Mo	07/01/1971	NH <sub>3</sub>	GATX 94451	I	9
7	Potchefstroom, S. Africa	13/07/1973	NH <sub>3</sub>	Storage vessel	SF	1
8	Eagle Pass, Tex	29/04/1975	GPL	Road tank	I	4
9	Des Moines, Iowa	01/09/1975	GPL	UTLX 81650	I	1
10	Fertile, Minn	23/10/1975	GPL	Rail tanker	I	1
11	Belt, Mont	26/11/1976	GPL	Rail car 37	I	1
12	Waverly, Tenn	24/02/1978	GPL	Rail car	CP	4
13	Crestview, Flo	06/04/1979	NH <sub>3</sub>	IMCX 2817	CP	2

Tableau I.3. Nombre de projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique du gaz (sans feu), Tableau 3.4 [Holden P.L., 1988].

Les codes d'événements sont :

- B : BLEVE,
- CF : la fissure à cause de l'impact et du feu,
- CP : la fissure est déjà existante et une augmentation subséquente de pression,
- I : impact,
- S : la ruine immédiate,
- S(Fat) : la ruine immédiate à cause de la fatigue,
- OF : surpression à cause du feu,
- OCF : surpression, fissure, feu,
- UF : inconnu mais feu.

N°	Place	Date	Matériel	Réservoir ID	Distance (m)	Direction (°)
1	Deer Lake, Pa	02/06/1959	Road tanker	7	210 50 105 275	65 195 180 3
2	Crescent City II	21/06/1970	SOEX 3219	2	20 10	0 0
3	Crescent City II	21/06/1970	NATX 33990	2	85 180	167 0
4	Crescent City II	21/06/1970	SOEX 3252	2	490 60	354 191
5	Crescent City II	21/06/1970	SCMX 3445	1	180	359

N°	Place	Date	Matériel	Réservoir ID	Distance (m)	Direction (°)
6	Crescent City II	21/06/1970	NATX 32025	4	180	118
					230	79
					90	118
					180	343
7	Houston, Tex	19/10/1971	Road car	4	37	15
					50	115
					90	181
					90	0
8	Tewksbury, Mass	09/02/1972	Road tanker	1	100	20
9	New Jersey Turnpike, NJ	21/09/1972	Road tanker	3	85	162
					165	135
					400	0
10	Kingman, Ariz	05/07/1973	Rail car	1	365	357
11	White Sands	28/07/1973	Rail car (test)	10	142	139
					74	50
					146	13
					133	57
					95	54
					113	194
					104	175
					20	56
					21	266
12	Mountainville, NY	17/12/1973	Storage vessel	2	75	189
					380	21
13	West St Paul, Minn	11/01/1974	Storage vessel	3	120	63
					36	83
					60	312
14	Waverly, Tenn	24/02/1978	Rail car	4	40	297
					45	323
					60	123
					16	230
15	Texas City, Tex	30/05/1978	Storage bullet 454	1	120	4
16	Texas City, Tex	30/05/1978	Storage bullet 453	3	135	216
					60	108
					105	0
17	Spain	11/07/1978	Road tanker	3	45	116
					300	236
					260	0
18	Crestview, Flo	08/04/1979	Rail car	2	75	104
					200	0

Tableau I.4. Distribution de projectiles générés par l'explosion d'un réservoir cylindrique de gaz, Tableau 4.1 [Holden P.L., 1988].

## ANNEXE II

### PRINCIPE DU MAXIMUM D'ENTROPIE

#### II.1. Entropie d'une variable aléatoire discrète

##### II.1.1. Expression de l'entropie

On considère une variable aléatoire discrète  $X$  dont les valeurs réelles sont  $x_1, x_2, \dots, x_n$  et les probabilités correspondantes sont  $p_1, p_2, \dots, p_n$  [Kapur J.N., 1989] telles que

$$P\{X = x_j\} = p_j; 0 \leq p_j \leq 1; p_1 + \dots + p_n = 1 \quad (\text{II.1})$$

La densité de probabilité de  $X$  peut alors s'écrire sous la forme :

$$P_X(dx) = p_1 \delta_{x_1}(x) + \dots + p_n \delta_{x_n}(x) \quad (\text{II.2})$$

Où  $\delta_{x_i}(x)$  désigne la mesure de Dirac au point  $i$ .

Ainsi, on définit l'entropie de la loi de probabilité  $P_X$  par une fonction  $S_n(P_X)$  à valeurs réelles telle que  $(p_1, \dots, p_n) \mapsto S_n(p_1, \dots, p_n)$ . Cette fonction mesure l'incertitude liée à la loi de probabilité et vérifie les propriétés suivantes :

- La fonction  $S_n(P_X)$  doit être continue de  $[0; 1]$  dans  $R$  ;
- Si la loi de probabilité est équirépartie, i.e.  $p_1 = \dots = p_n = 1/n$ , alors la fonction  $S_n(P_X)$  doit être monotone croissante ;
- La fonction  $S_n(P_X)$  doit être symétrique en  $p_1, \dots, p_n$  ;
- $S_n(p_1, p_2, \dots, p_n) = S_{n-1}(p_1 + p_2, p_3, \dots, p_n) + (p_1 + p_2) S_2\left(\frac{p_1}{p_1 + p_2}, \frac{p_2}{p_1 + p_2}\right)$ .

Il n'existe qu'une seule fonction  $S_n(P_X)$  satisfaisant les propriétés ci-dessus dont l'expression est :

$$S_n(P_X) = -C \sum_{j=1}^n p_j \log(p_j) \quad (\text{II.3})$$

Où  $C$  est une constante positive.

En considérant une valeur unité pour la constante  $C$ , la fonction  $S_n(P_X)$  peut se réécrire :

$$S_n(P_X) = -\sum_{j=1}^n p_j \log(p_j) \quad (\text{II.4})$$

### II.1.2. Propriétés de l'entropie

Les propriétés de l'entropie  $S_n(P_X)$  sont :

- L'entropie  $S_n(P_X)$  est nulle si et seulement si  $p_k = 1$  et  $p_j = 0$  pour  $j \neq k$ . Dans tous les autres cas, du fait de  $0 \leq p_j \leq 1$ , on a  $S_n(P_X) > 0$ . Par conséquent,  $S_n(P_X) \geq 0$ .
- L'entropie atteint son maximum  $S_{\max}$  si  $p_1 = \dots = p_n = 1/n$  et finalement on obtient  $S_{\max} = \max_{0 \leq p_1, \dots, p_n \leq 1} S_n(P_X) = \log(n)$ .

## II.2. Entropie d'une variable aléatoire continue

### II.2.1. Expression de l'entropie

Soit  $X$  une variable aléatoire continue de support  $K$  à valeurs réelles  $x$  dans  $R$  et de loi de probabilité  $P_X(dx)$  définie par une densité de probabilité  $p_X(x)$  [Kapur J.N., 1989] :

$$P_X(x) = p_X(x)dx \quad (\text{II.5})$$

Où  $dx$  est la mesure de Lebesgue sur  $R$  et  $K \subset R$  donc  $p_X(x) = 0$  si  $x \notin K$ .

Comme précédemment, la fonction de l'entropie peut s'exprimer par la formule :

$$S(p_X) = -\int_R p_X(x) \log(p_X(x)) dx \quad (\text{II.6})$$

### II.2.2. Propriétés de l'entropie

L'entropie  $S(p_X)$  possède les propriétés suivantes :

- $-\infty < S(p_X) < +\infty$ ,  $p_X(x) \log(p_X(x))$  peut être négatif car  $p_X(x)$  peut être supérieure à 1,
- L'entropie atteint son maximum  $S_{\max} = \max_{p_X} S(p_X) = \log|K|$  lorsque  $p_X$  est uniforme sur  $K$ , i.e.  $\left( p_X(x) = \frac{1}{|K|} 1_K(x) \right)$  avec  $|K| = \int_K dx$  et  $1_K(x)$  la fonction indicatrice.

## II.3. Principe du maximum d'entropie

### II.3.1. Définition du principe du maximum d'entropie

La densité de probabilité  $p_X(x)$  doit avoir la plus grande incertitude dans l'ensemble de toutes les densités de probabilité vérifiant les contraintes définies par l'information disponible [Kapur J.N., 1989].

### II.3.2. Définition de l'information disponible



Pour construire la densité de probabilité inconnue  $p_X(x)$ , l'information disponible (ou information utilisable) est définie par :

$$E\{g_j(X)\} = \int_R g_j(x) p_X(x) dx = f_j \in R \text{ avec } j = 1, \dots, m \quad (\text{II.7})$$

Où  $g_1, \dots, g_m$  sont les applications connues et  $f_1, \dots, f_m$  les scalaires associés.

### II.3.3. Construction de la densité de probabilité

Une fois l'information disponible définie, l'entropie  $S(p_X)$  est maximisée au moyen du système suivant :

$$\begin{cases} \max(S(p_X)) \\ \int_R p_X(x) dx = 1 \\ \int_R g_j(x) p_X(x) dx = f_j \in R, j = 1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

Pour résoudre le problème d'optimisation précédent, on introduit  $(1 + m)$  multiplicateurs de Lagrange  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_m \in R$  associés aux  $(1 + m)$  contraintes, ce qui donne la fonctionnelle :

$$L(p_X) = S(p_X) - (\lambda_0 - 1) \left( \int_R p_X(x) dx - 1 \right) - \sum_{j=1}^m \lambda_j \left( \int_R g_j(x) p_X(x) dx - f_j \right) \quad (\text{II.9})$$

$$L(p_X) = b - \int_R h(x, p_X(x)) dx \quad (\text{II.10})$$

Où  $b = (\lambda_0 - 1) + \sum_{j=1}^m \lambda_j f_j$  et  $h(x, p_X(x)) = p_X(x) \left[ \log(p_X(x)) + (\lambda_0 - 1) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j \right]$ , dont le maximum est obtenu par [Kapur J.N., 1989] :

$$\frac{\partial}{\partial p_X(x)} h(x, p_X(x)) = 0 \quad (\text{II.11})$$

La p.d.f. s'exprime alors de la façon suivante :

$$p_X(x) = 1_K(x) \exp \left( -\lambda_0 - \sum_{j=1}^m \lambda_j \cdot g_j \right) \quad (\text{II.12})$$

# ANNEXE III

## METHODE SANS MAILLAGE SPH

### III.1. Equations de conservation

Comme précédemment, cf. §4.4.1.2, la SPH se base sur trois principes fondamentaux [Lucy L.B., 1977 ; Monaghan J.J., 1982], à savoir

- La conservation de la masse dont l'équation s'écrit :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot v \quad (\text{III.1})$$

- La conservation de la quantité de mouvement qui s'exprime par :

$$\rho \frac{dv}{dt} = \nabla \cdot \sigma \quad (\text{III.2})$$

- La conservation de l'énergie donnée par :

$$\rho \frac{de}{dt} = \Phi - \nabla \cdot q + \rho r \quad (\text{III.3})$$

Où  $\rho$ ,  $v$  désignent respectivement la densité du matériau constitutif et la vitesse,  $\sigma$  le tenseur de contrainte,  $e$  représente l'énergie interne par unité de masse,  $q$  le flux de chaleur surfacique,  $r$  le flux de la chaleur volumique et  $t$  le temps.  $\Phi = \sigma : \nabla v$  est la dissipation de l'énergie représentant le changement de l'énergie cinétique en énergie interne,  $\nabla \cdot (.)$  l'opérateur divergence,  $\nabla(.)$  la fonction de gradient et  $(:)$  la double contraction.

Dans le cadre de cette thèse, on se restreint au cas adiabatique. Plus précisément, on suppose qu'il y a ni source volumique de chaleur, i.e.  $r = 0$ , ni transfert thermique entre le milieu extérieur et le système étudié composé du projectile et de la cible, i.e.  $q = 0$ . L'équation (III.3) peut se réécrire :

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma : \nabla v \quad (\text{III.4})$$

### III.2. Développement des équations fondamentales

Afin de réduire les équations fondamentales (III.1), (III.2) et (III.4), 2 approximations numériques sont alors considérées :

- *L'approximation de la fonction du noyau* : Une propriété d'une particule  $A(r_i)$  peut être déterminée en fonction des propriétés des particules voisines :

$$A(r_i) = \int A(r_j) \delta(r_i - r_j) dr_j \quad (\text{III.5})$$

Où la fonction de Dirac  $\delta(r_i - r_j)$  est remplacée par une fonction  $W(r_i - r_j, h_{ij})$ , définie dans §III.3, en forme de cloche, dénommée *la fonction du noyau* et déterminée dans §III.3, ce qui donne :

$$A(r_i) = \int A(r_j) W(r_i - r_j, h_{ij}) dr_j \quad (\text{III.6})$$

De plus, on a aussi :

$$\nabla A(r_i) = \int_{\Omega} \nabla A(r_j) W(r_i - r_j, h_{ij}) dr_j \quad (\text{III.7})$$

$$\nabla A(r_i) = \int_{\Omega} \{ \nabla [A(r_j) W(r_i - r_j, h_{ij})] - A(r_j) \nabla W(r_i - r_j, h_{ij}) \} dr_j \quad (\text{III.8})$$

$$\nabla A(r_i) = \int_{d\Omega} A(r_j) W(r_i - r_j, h_{ij}) n dr_j - \int_{\Omega} A(r_j) \nabla W(r_i - r_j, h_{ij}) dr_j \quad (\text{III.9})$$

$$\nabla A(r_i) = - \int_{\Omega} A(r_j) \nabla W(r_i - r_j, h_{ij}) dr_j \quad (\text{III.10})$$

Où  $r_i$  est la position vectorielle de la particule  $i$ . La longueur de lissage moyenne des 2 particules est calculée par  $h_{ij} = \frac{h_i + h_j}{2}$  avec  $h_i, h_j$  les longueurs de lissage des particules  $i$  et  $j$ .  $dr_j = \frac{m_j}{\rho_j}$  représente une longueur pour le problème en 1D, une aire en 2D et un volume en 3D où  $m_j$  et  $\rho_j$  désignent respectivement la masse et la densité de la particule  $j$ .  $n$  est le vecteur normal dans le domaine considéré  $\Omega$ .

– *L'approximation des particules* : Les équations (III.6) et (III.10) peuvent se réécrire sous forme discrète :

$$A(r_i) \approx \sum_{j=1}^{N_i} A(r_j) \frac{m_j}{\rho_j} W_{ij} \quad (\text{III.11})$$

$$\nabla A(r_i) \approx - \sum_{j=1}^{N_i} A(r_j) \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W_{ij} \quad (\text{III.12})$$

Où  $N_i$  est le nombre de particules voisines à la particule  $i$ .

### III.2.1. Conservation de masse

La densité de la particule  $i$  peut être obtenue à l'aide de l'équation (III.1) :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \bullet v = -\nabla \bullet (\rho v) + v \cdot \nabla \rho \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{d\rho_i}{dt} \approx \sum_{j=1}^{N_i} \rho_j v_j \cdot \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} - v_i \cdot \sum_{j=1}^{N_i} \rho_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} = \sum_{j=1}^{N_i} m_j (v_j - v_i) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.14})$$

### III.2.2. Conservation de la quantité de mouvement

L'équation (III.2) peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\rho} \nabla \bullet \sigma = \nabla \bullet \frac{\sigma}{\rho} + \frac{\sigma}{\rho^2} \nabla \rho \quad (\text{III.15})$$

$$\frac{dv_i}{dt} \approx - \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\sigma_j}{\rho_j} \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} - \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \sum_{j=1}^{N_i} \rho_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.16})$$

$$\frac{dv_i}{dt} \approx - \sum_{j=1}^{N_i} m_j \left( \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.17})$$

Où la formule  $\dot{\sigma} = \lambda(\nabla \bullet v)I + \mu(\nabla v + (\nabla v)^T)$  représente un comportement élastique linéaire isotrope,  $I$  la matrice identité tandis que  $\mu$  et  $\lambda$  sont les coefficients de Lamé. Chaque terme intervenant dans ces équations est détaillé ci-dessous :

$$v = [v_x, v_y, v_z]^T \quad (\text{III.18})$$

$$\nabla \bullet v = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (\text{III.19})$$

$$\nabla v = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

$$\dot{\sigma}_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} ; \dot{\sigma}_{xy} = \dot{\sigma}_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \quad (\text{III.21})$$

$$\dot{\sigma}_{yy} = \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} ; \dot{\sigma}_{zy} = \dot{\sigma}_{yz} = \mu \left( \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \quad (\text{III.22})$$

$$\dot{\sigma}_{zz} = \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_y}{\partial y} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} ; \dot{\sigma}_{xz} = \dot{\sigma}_{zx} = \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \quad (\text{III.23})$$

$$\frac{\partial v_{xi}}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{xj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x} ; \frac{\partial v_{xi}}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{xj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial y} ; \frac{\partial v_{xi}}{\partial z_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{xj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial z} \quad (\text{III.24})$$

$$\frac{\partial v_{yi}}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{yj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x} ; \frac{\partial v_{yi}}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{yj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial y} ; \frac{\partial v_{yi}}{\partial z_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{yj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial z} \quad (\text{III.25})$$

$$\frac{\partial v_{zi}}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{zj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x} ; \frac{\partial v_{zi}}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{zj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial y} ; \frac{\partial v_{zi}}{\partial z_i} = \sum_{j=1}^{N_i} v_{zj} \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial z} \quad (\text{III.26})$$

### III.2.3. Conservation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie peut s'écrire sous deux formes discrètes différentes.

D'une part, l'équation (III.4) prend la forme :

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma : \nabla v = \frac{\sigma}{\rho} : \frac{1}{\rho} (\nabla(\rho v) - v \otimes \nabla \rho) \quad (\text{III.27})$$

$$\frac{de_i}{dt} \approx \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} : \left( - \sum_{j=1}^{N_i} \rho_j v_j \frac{m_j}{\rho_j} \otimes \nabla_i W_{ij} + v_i \otimes \sum_{j=1}^{N_i} \rho_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} \right) \quad (\text{III.28})$$

$$\frac{de_i}{dt} \approx \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} : \sum_{j=1}^{N_i} m_j (v_i - v_j) \otimes \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.29})$$

$$\frac{de_i}{dt} \approx \sum_{j=1}^{N_i} m_j \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} (v_i - v_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.30})$$

Où  $\otimes$  est l'opérateur produit tensoriel.

D'autre part, elle devient :

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma : \nabla v = \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \sigma v \right) - v \cdot \nabla \cdot \left( \frac{\sigma}{\rho} \right) \quad (\text{III.31})$$

$$\frac{de_i}{dt} \approx - \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\sigma_j}{\rho_j} v_j \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \nabla_i W_{ij} + v_i \cdot \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\sigma_j}{\rho_j} \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.32})$$

$$\frac{de_i}{dt} \approx \sum_{j=1}^{N_i} \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} m_j (v_i - v_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.33})$$

En vue d'obtenir une formule symétrique, on prend la moyenne de (III.30) et de (III.33) :

$$\frac{de_i}{dt} \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_i} \left( \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} \right) m_j (v_i - v_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.34})$$

### Démonstration de conservation de l'énergie

L'énergie totale du système  $E$  est la somme de l'énergie cinétique  $E_c$  et de l'énergie interne  $E_i$  :

$$E = E_c + E_i = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_i^2 \right) + \left( \sum_{i=1}^N m_i e_i \right) \quad (\text{III.35})$$

Où  $N$  désigne le nombre total de particules du système.

La dérivée de cette énergie, à l'instant  $t$ , est :

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^N m_i \left( v_i \cdot \frac{dv_i}{dt} + \frac{de_i}{dt} \right) \quad (\text{III.36})$$

Compte tenu des équations (III.17) et (III.34), l'équation (III.36) devient :

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^N m_i \left[ v_i \cdot \left( \sum_{j=1}^{N_i} m_j \left( \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i W_{ij} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_i} \left( \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} \right) m_j (v_j - v_i) \otimes \nabla_i W_{ij} \right] \quad (\text{III.37})$$

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} \frac{1}{2} m_i m_j \left( \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \right) (v_j + v_i) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.38})$$

En utilisant la longueur de lissage moyenne, deux particules  $i$  et  $j$  sont voisines l'une de l'autre et réciproquement. Ainsi, les deux composantes duales doivent apparaître dans

$$(\text{III.38}) : \frac{1}{2} m_i m_j \left( \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} \right) (v_j + v_i) \cdot \nabla_i W_{ij} \text{ et } \frac{1}{2} m_j m_i \left( \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} \right) (v_i + v_j) \cdot \nabla_j W_{ij}.$$

On a  $\nabla_i W_{ij} = -\nabla_j W_{ij}$ , voir (III.50), et, par conséquent, la somme des 2 composantes duales est nulle donc  $\frac{dE}{dt} = 0$ .

## III.3. Fonction du noyau

### III.3.1. Choix de noyau

La fonction du noyau possède les deux propriétés suivantes :

$$\int W(r_i - r_j, h_{ij}) dr_j = 1 \quad (\text{III.39})$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(r_i - r_j, h_{ij}) = \delta(r_i - r_j) \quad (\text{III.40})$$

En général, cette fonction est une Gaussienne en forme de cloche :

$$W_{ij} = \frac{1}{h_{ij}^{\dim} \pi^{\dim/2}} e^{-u_{ij}^2} \quad (\text{III.41})$$

$$u_{ij} = \frac{r_{ij}}{h_{ij}} \quad (\text{III.42})$$

Où  $W_{ij} = W(r_i - r_j, h_{ij})$ ,  $r_{ij}$  est la distance entre deux particules  $i$  et  $j$ ,  $\dim$  une constante ( $\dim = 1$  en 1D,  $\dim = 2$  en 2D et  $\dim = 3$  en 3D).

Par la suite, on utilise une forme cubique de la fonction du noyau [Price D. J., 2004 ; Morris J. P., 1996 ; Gourma M., 2003 ; Johnson G.R. et al., 1996] dont l'expression est :

$$W_{ij} = \frac{N_{\dim}}{h_{ij}^{\dim}} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}u_{ij}^2 + \frac{3}{4}u_{ij}^3, & \text{si } 0 \leq u_{ij} \leq 1 \\ \frac{(2 - u_{ij})^3}{4}, & \text{si } 1 < u_{ij} \leq 2 \\ 0, & \text{si } u_{ij} > 2 \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

$$N_1 = \frac{2}{3}, N_2 = \frac{10}{7\pi} \text{ et } N_3 = \frac{1}{\pi} \quad (\text{III.44})$$

On constate que  $W_{ij} = W_{ji}$ .

### III.3.2. Dérivée du noyau au premier ordre

Les dérivées de  $r_{ij}$  par rapport à  $x, y, z$  s'écrivent :

$$\frac{\partial r_{ij}}{\partial x_i} = \frac{1}{r_{ij}}(x_i - x_j) = \frac{\Delta x_{ij}}{r_{ij}}; \frac{\partial r_{ij}}{\partial y_i} = \frac{1}{r_{ij}}(y_i - y_j) = \frac{\Delta y_{ij}}{r_{ij}}; \frac{\partial r_{ij}}{\partial z_i} = \frac{1}{r_{ij}}(z_i - z_j) = \frac{\Delta z_{ij}}{r_{ij}} \quad (\text{III.45})$$

Par conséquent, les dérivées de  $u_{ij}$  en  $x, y, z$  sont :

$$\frac{\partial u_{ij}}{\partial x_i} = \frac{\Delta x_{ij}}{h_{ij} r_{ij}}; \frac{\partial u_{ij}}{\partial y_i} = \frac{\Delta y_{ij}}{h_{ij} r_{ij}}; \frac{\partial u_{ij}}{\partial z_i} = \frac{\Delta z_{ij}}{h_{ij} r_{ij}} \quad (\text{III.46})$$

Enfin les dérivées de la fonction du noyau  $W$  en  $x, y, z$  au premier ordre peuvent s'exprimer sous la forme :

$$\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} = \frac{N_{\text{dim}}}{h_{ij}^{\text{dim}}} \begin{cases} \left(-3 + \frac{9}{4}u_{ij}\right) \frac{\Delta x_{ij}}{h_{ij}^2}, & \text{si } 0 \leq u_{ij} \leq 1 \\ -\frac{3(2-u_{ij})^2}{4} \frac{\Delta x_{ij}}{h_{ij}r_{ij}}, & \text{si } 1 < u_{ij} \leq 2 \\ 0, & \text{si } u_{ij} > 2 \end{cases} \quad (\text{III.47})$$

$$\frac{\partial W_{ij}}{\partial y_i} = \frac{N_{\text{dim}}}{h_{ij}^{\text{dim}}} \begin{cases} \left(-3 + \frac{9}{4}u_{ij}\right) \frac{\Delta y_{ij}}{h_{ij}^2}, & \text{si } 0 \leq u_{ij} \leq 1 \\ -\frac{3(2-u_{ij})^2}{4} \frac{\Delta y_{ij}}{h_{ij}r_{ij}}, & \text{si } 1 < u_{ij} \leq 2 \\ 0, & \text{si } u_{ij} > 2 \end{cases} \quad (\text{III.48})$$

$$\frac{\partial W_{ij}}{\partial z_i} = \frac{N_{\text{dim}}}{h_{ij}^{\text{dim}}} \begin{cases} \left(-3 + \frac{9}{4}u_{ij}\right) \frac{\Delta z_{ij}}{h_{ij}^2}, & \text{si } 0 \leq u_{ij} \leq 1 \\ -\frac{3(2-u_{ij})^2}{4} \frac{\Delta z_{ij}}{h_{ij}r_{ij}}, & \text{si } 1 < u_{ij} \leq 2 \\ 0, & \text{si } u_{ij} > 2 \end{cases} \quad (\text{III.49})$$

La permutation des particules  $i$  et  $j$  dans les dérivées (III.47)-(III.49) entraîne :

$$\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} = -\frac{\partial W_{ij}}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial W_{ij}}{\partial y_i} = -\frac{\partial W_{ij}}{\partial y_j}, \quad \frac{\partial W_{ij}}{\partial z_i} = -\frac{\partial W_{ij}}{\partial z_j} \quad (\text{III.50})$$

### III.4. Viscosité artificielle

On introduit la viscosité artificielle pour modéliser la dispersion mécanique produite dans le problème d'impact. Cette viscosité convertit l'énergie cinétique en énergie interne. Par conséquent, les particules sont décélérées rapidement dans la zone d'impact. En effet, en absence de cette viscosité artificielle, deux objets pourraient s'interpénétrer entraînant une mauvaise modélisation.

Cette étude présente un des modèles existants dans la littérature, la viscosité artificielle de Monaghan souvent utilisée pour traiter le problème d'impact [Gourma M., 2003 ; Morris J. P., 1996 ; Mehra V. et al., 2006 ; Randles P.W. et al., 1996]. Cette viscosité est activée si et seulement si les deux particules se rapprochent l'une de l'autre de manière que  $v_{ij} \cdot r_{ij} < 0$ , voir (III.51), (III.52) et la Figure III.1.



$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha c_{ij} \mu_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\rho_{ij}}, & \text{si } \mu_{ij} < 0 \\ 0, & \text{si } \mu_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

$$\mu_{ij} = \frac{h_{ij} v_{ij} r_{ij}}{r_{ij}^2 + \varepsilon_0 h_{ij}^2} \quad (\text{III.52})$$

Avec  $\rho_{ij} = \frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)$ ,  $c_{ij} = \frac{1}{2}(c_i + c_j)$ ,  $h_{ij} = \frac{1}{2}(h_i + h_j)$ ,  $r_{ij} = r_i - r_j$  et  $v_{ij} = v_i - v_j$ .

Où  $v_i, v_j$  désignent les vitesses des particules  $i$  et  $j$  tandis que  $c_i, c_j$  représentent les célérités du son dans un milieu homogène constitué que des particules  $i$  et  $j$  respectivement.  $(\alpha, \beta)$  sont les constantes [Mehra V. et al., 2006 ; Shintate K. et al., 2004]. Le terme  $(\varepsilon_0 \cdot h_{ij}^2)$  avec  $\varepsilon_0 = 0,01$  est introduit afin de garder une viscosité finie quand il y a un fort rapprochement entre les deux particules [Morris J. P., 1996].

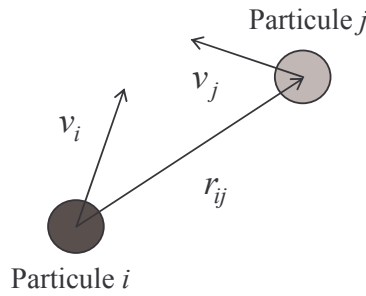


Figure III.1. Activation de la viscosité artificielle.

L'intervention de la VA dans les équations de conservation (III.17) et (III.34) peut s'exprimer par les équations suivantes :

$$\frac{dv_i}{dt} \approx - \sum_{j=1}^{N_i} m_j \left( \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} I \right) \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.53})$$

$$\frac{de_i}{dt} \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_i} \left( \frac{\sigma_i}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} I \right) m_j (v_i - v_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.54})$$

### III.5. Recherche des particules voisines

L'objectif de cette section est de rechercher les particules voisines. Pour cela, trois approches possibles sont décrites.

#### III.5.1. Schéma direct (N-squared routine)

Afin d'identifier la liste des voisins de  $N$  particules, on compare la distance entre ces  $N$

particules et une distance critique [Knapp C.E., 2000], voir la Figure III.2 (où *scale* est une constante). Le nombre d'itérations est de  $\frac{1}{2}N(N-1)+N$ , donc le coût de calcul est significatif.

```

for i = 1:(N-1)
    for j = (i+1):N
        Déterminer la distance entre « i » et « j » : distance_ij
        Déterminer la moyenne des longueurs de « i » et « j » : mhsmi
        if (distance_ij < (scale*mhsmi))
            Ajouter la particule « j » dans la liste « i »
            Ajouter la particule « i » dans la liste « j »
        end;
    end;
end;
Prendre en compte la particule « i » dans sa liste

```

Figure III.2. Algorithme du schéma direct.

### III.5.2. Linked-list

Dans l'approche *linked-list*, une grille fixe est construite sur le domaine d'étude. La taille de chaque cellule dépend de la longueur de lissage des particules. Or, cette longueur diffère d'une particule à l'autre, ce qui complexifie la démarche. Ainsi, par souci de simplification, on choisit d'utiliser une longueur unique correspondant à la valeur maximale des longueurs de lissage de toutes les particules. Par conséquent, le voisinage d'une particule appartenant à une cellule donnée n'est recherché que parmi les particules des cellules voisines en utilisant la méthode directe. Le nombre de cellules voisines dépend de la dimension du problème, à savoir 3 en 1D, 9 en 2D et 27 en 3D.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Figure III.3. Cellules des particules pour l'approche *linked-list*.

A titre d'exemple, la recherche de voisins d'une particule de la cellule 1 nécessite le calcul des distances entre cette particule et les particules des cellules 1, 2, 4, 5 uniquement, voir Figure III.3 [Knapp C.E., 2000]. Avec l'approche directe, il aurait fallu déterminer ces

distances pour toutes les cellules. Ainsi, l'approche *linked-list* permet de réduire significativement les temps de calcul par rapport à l'approche directe. Cependant, ce coût de calcul reste encore important pour les géométries utilisées dans cette thèse.

### III.5.3. Kd-tree

L'algorithme *Kd-tree*, où  $K$  désigne la dimension du problème (1, 2 ou 3), crée un arbre binaire multidimensionnel, dans lequel chaque nœud a un nœud parent et deux nœuds enfants. L'identification des voisins d'une particule est effectuée grâce à cet arbre [Bentley J. L., 1975 et 1990].

Un code *Kd-tree*, développé en C++ par G. Shechter en 2004, est utilisé dans ces travaux avec l'autorisation de l'association de *Open Source Initiative*. Ce code est disponible sur <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/loadFile.do?objectId=4586&objectType=file>. Il permet de réduire nettement le temps de recherche des particules voisines.

## III.6. Longueur de lissage

La longueur de lissage joue un rôle très important dans la SPH. Elle influence la précision des solutions et les temps de calcul. Plus cette longueur est grande, plus la zone d'influence s'élargit, plus le nombre de voisins augmente et plus les temps de calcul sont importants. Cependant, la solution se dégrade aussi du fait de la sur-distribution des propriétés d'une particule. A l'inverse, si la longueur de lissage est trop petite, l'interaction de cette particule avec son voisinage est sous-estimée, ce qui détériore aussi la solution [Liu G.R. et al., 2003].

Un bon compromis peut être calculé par l'équation de conservation de masse aux instants  $t$  et  $t + dt$  [Gourma M., 2003 ; Morris J. P., 1996] :

$$\rho(r_i, t) h^{\dim}(r_i, t) = \rho(r_i, t + dt) h^{\dim}(r_i, t + dt) \quad (\text{III.55})$$

En réalité, la formule différentielle (III.56) est préférée à (III.55) :

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{\dim} \frac{h}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (\text{III.56})$$

Ainsi, en additionnant (III.1) et (III.56), on obtient :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\dim} h \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{\dim} h (\nabla \cdot \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \nabla 1) \quad (\text{III.57})$$

$$\frac{dh_i}{dt} \approx \frac{1}{\dim} h_i \left( - \sum_{j=1}^{N_i} \mathbf{v}_j \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \nabla_i W_{ij} + \mathbf{v}_i \cdot \sum_{j=1}^{N_i} \frac{m_j}{\rho_j} \nabla_i W_{ij} \right) = \sum_{j=1}^{N_i} h_i \frac{m_j}{\rho_j} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (\text{III.58})$$

## III.7. Temps d'intégration

### III.7.1. Temps d'intégration

Le pas de temps  $\Delta t$  doit vérifier la condition CFL, i.e. Courant, Friedrichs & Lewy, 1982 [Morris J. P., 1996] :

$$\frac{h}{\Delta t} \geq c \quad (\text{III.59})$$

$$\Delta t = 0,25 \min(\Delta t_{cv}, \Delta t_f) \quad (\text{III.60})$$

$$\Delta t_{cv} = \min_i \left( \frac{h_{ij}}{c_i + 0,6(\alpha c_i + \beta \max_j (\mu_{ij}))} \right) \quad (\text{III.61})$$

$$\Delta t_f = \min_i \left( \frac{h_i}{|f_i|} \right)^{1/2} \quad (\text{III.62})$$

Où  $c$  désigne la vitesse du son et  $f$  une force par unité de masse. Les grandeurs  $\alpha, \beta, \mu$  sont détaillées au §III.4.

### III.7.2. Schéma correctif

La SPH est une méthode itérative s'appuyant sur un schéma explicite, i.e. les quantités à l'instant  $n+1$  dépendent uniquement de celles obtenues à l'instant  $n$  via un développement de Taylor au premier ordre :

$$\left( \frac{dv}{dt} \right)_n = dv(x_n, v_n, e_n, \rho_n, \dots) \quad (\text{III.63})$$

...

$$v_{n+1} = v_n + \frac{dv_n}{dt} \Delta t \quad (\text{III.64})$$

$$x_{n+1} = x_n + v_n \Delta t \quad (\text{III.65})$$

$$\rho_{n+1} = \rho_n + \frac{d\rho_n}{dt} \Delta t \quad (\text{III.66})$$

$$e_{n+1} = e_n + \frac{de_n}{dt} \Delta t \quad (\text{III.67})$$

On constate que l'erreur de cette troncature est d'ordre 2 et que l'énergie totale ne se conserve pas. Afin de contrôler cet écart, on introduit le critère :

$$\frac{E_2 - E_1}{E_1} \leq e_{pre} \quad (\text{III.68})$$

Où  $e_{pre}$  représente la précision souhaitée et  $E_i$  l'énergie totale du système à l'instant  $t_i$ .

La conservation de l'énergie, cf. §III.2.3, entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  peut s'exprimer :

$$E_2 - E_1 = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_{2i}^2 + \sum_{i=1}^N m_i e_{2i} \right) - \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_{1i}^2 + \sum_{i=1}^N m_i e_{1i} \right) = 0 \quad (\text{III.69})$$

Compte tenu des équations (III.64)-(III.67), l'équation (III.69) devient :

$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &= \left[ \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \left( v_{1i} + \frac{dv_{1i}}{dt} \Delta t \right)^2 + \sum_{i=1}^N m_i \left( e_{1i} + \frac{de_{1i}}{dt} \Delta t \right) \right] - \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i v_{1i}^2 + \sum_{i=1}^N m_i e_{1i} \right) \\ E_2 - E_1 &= \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \left[ 2v_{1i} \frac{dv_{1i}}{dt} \Delta t + \left( \frac{dv_{1i}}{dt} \Delta t \right)^2 \right] + \sum_{i=1}^N m_i \frac{de_{1i}}{dt} \Delta t \\ E_2 - E_1 &= \sum_{i=1}^N m_i \left[ v_{1i} \frac{dv_{1i}}{dt} \Delta t + \frac{de_{1i}}{dt} \Delta t + \frac{1}{2} \left( \frac{dv_{1i}}{dt} \Delta t \right)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.70})$$

Or, le principe de conservation d'énergie donne :

$$\frac{dE_1}{dt} = \sum_{i=1}^N m_i v_{1i} \frac{dv_{1i}}{dt} + \sum_{i=1}^N m_i \frac{de_{1i}}{dt} = 0 \quad (\text{III.71})$$

Par conséquent, le critère peut se réécrire de la façon suivante :

$$\frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \left( \frac{dv_{1i}}{dt} \Delta t \right)^2}{E_1} \leq e_{pre} \quad (\text{III.72})$$

Où  $\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \left( \frac{dv_{1i}}{dt} \Delta t \right)^2$  est l'erreur numérique induite par le développement de Taylor au premier ordre.

Enfin, ce critère donne une nouvelle condition sur le pas de temps :

$$\Delta t \leq \left[ \frac{E_1 e_{pre}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \left( \frac{dv_{1i}}{dt} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (\text{III.73})$$

Une autre méthode consiste à corriger chaque itération en introduisant une étape intermédiaire, ce qui correspond au schéma correctif de Verley [Morris J. P., 1996] :

$$x_{n+1} = x_n + v_n \Delta t + \frac{1}{2} \frac{dv_n}{dt} \Delta t^2 \quad (\text{III.74})$$

$$v_{n+1/2} = v_n + \frac{dv_n}{dt} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{III.75})$$

$$\rho_{n+1/2} = \rho_n + \frac{d\rho_n}{dt} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{III.76})$$

$$e_{n+1/2} = e_n + \frac{de_n}{dt} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{III.77})$$

$$\left( \frac{dv}{dt} \right)_{n+1/2} = dv(x_{n+1}, v_{n+1/2}, e_{n+1/2}, \rho_{n+1/2}, \dots) \quad (\text{III.78})$$

...

$$v_{n+1} = v_{n+1/2} + \frac{1}{2} \frac{dv_{n+1/2}}{dt} \Delta t \quad (\text{III.79})$$

$$\rho_{n+1} = \rho_{n+1/2} + \frac{1}{2} \frac{d\rho_{n+1/2}}{dt} \Delta t \quad (\text{III.80})$$

$$e_{n+1} = e_{n+1/2} + \frac{1}{2} \frac{de_{n+1/2}}{dt} \Delta t \quad (\text{III.81})$$

### III.8. Conditions aux limites

Comme décrit au §4.4.1.1, l'imposition des conditions aux limites est une difficulté majeure de la SPH. En effet, les propriétés des particules à l'étape actuelle dépendent de celles obtenues à l'étape précédente exception faites des conditions aux limites.

Par conséquent, on décide d'utiliser l'approche des particules virtuelles (Ghost particles approach) qui se base sur le principe des actions réciproques : si un objet exerce une force sur un autre, il subit la même force mais de sens opposé. Cela suggère la création de particules virtuelles dans le bord rigide. Ces dernières prennent les mêmes propriétés que leurs symétriques, mais supportent des forces opposées [Cummins S. J., 1999 ; Gourma M., 2003 ; Li S. et al., 2002 ; Oger G., 2006 ; Schwaiger H. F., 2007].

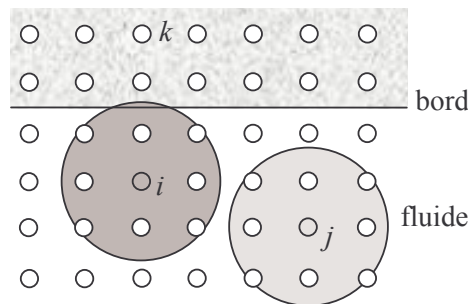


Figure III.4. Approche des particules virtuelles.

Cependant, toutes les particules ne doivent pas être clonées, seules les particules influençant le bord le sont. A titre d'exemple, une particule virtuelle  $k$  est créée à partir de la particule  $i$  tandis qu'aucune ne l'est à partir de la particule  $j$ , comme le montre la Figure III.4. En effet, la zone d'influence de cette dernière n'atteint pas le bord.

# ANNEXE IV

## INTEGRATION NUMERIQUE DE LA LOI DE COMPORTEMENT

Contrairement à ce qui précède où un comportement élastique a été considéré, cf. §III.2.2, cette partie est consacrée à l'étude de l'intégration numérique d'un comportement élasto-plastique associé et d'un modèle de rupture.

Comme précédemment, cf. §4.4.2, on choisit une loi d'écoulement de type von Mises pour laquelle la fonction de charge peut s'exprimer par :

$$f_y = \sqrt{\sigma : A : \sigma} - \sigma_Y \quad (\text{IV.1})$$

$$\sigma_{6 \times 1} : A : \sigma_{6 \times 1} = \frac{3}{2} \text{trace}(\sigma_D : \sigma_D) \quad (\text{IV.2})$$

$$\sigma_{6 \times 1} = [\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sqrt{2}\sigma_{23} \ \sqrt{2}\sigma_{13} \ \sqrt{2}\sigma_{12}] \quad (\text{IV.3})$$

$$\sigma_D = \sigma - \frac{1}{3} \text{trace}(\sigma) I \quad (\text{IV.4})$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

Où  $\sigma_Y$  représente la limite élastique,  $A$  un tenseur constant déterminé en (IV.5),  $\sigma$  la contrainte et  $I$  la matrice identité.

### IV.1. Intégration numérique de la loi de comportement

La résolution du problème à un instant  $t_{n+1}$ , connaissant la solution à l'instant  $t_n$ , suit l'algorithme suivant, voir la Figure IV.1 [Simo J.C. et al, 1992, 1998 ; Yvonnet J., 2004] :

D'abord, on effectue une prédiction élastique :

$$\varepsilon_{n+1}^{e \text{ trial}} = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^P = \varepsilon_{n+1}^e + \varepsilon_{n+1}^P - \varepsilon_n^P = \varepsilon_{n+1}^e + \Delta \varepsilon_n^P \quad (\text{IV.6})$$



$$\sigma_{n+1}^{trial} = C : \varepsilon_{n+1}^{e trial} \quad (IV.7)$$

$$C = \begin{bmatrix} 2\mu + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2\mu + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2\mu + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix} \quad (IV.8)$$

(i) Prédire le tenseur de déformation élastique :

$$\varepsilon_{n+1}^{e trial} = \varepsilon_{n+1}^e + \Delta \varepsilon_n^p$$

(ii) Evaluer le tenseur de contrainte résultant :

$$\sigma_{n+1}^{trial} = C : \varepsilon_{n+1}^{e trial}$$

(iii) Vérifier le critère de plasticité :

$$\text{Si } f_y = \sqrt{\sigma : A : \sigma} - \sigma_Y < 0 \text{ alors :}$$

$$(\cdot)_{n+1} = (\cdot)_{n+1}^{trial} \text{ et fin}$$

Sinon aller en (iv)

(iv) Corriger la prédiction en trouvant l'inconnue  $\Delta \gamma$

$$\Delta \gamma = - \frac{f_{y n}}{\frac{df_y}{d\gamma_n}}$$

(v) Actualiser la déformation plastique et retourner en (i)

Figure IV.1. Algorithme de résolution.

Puis, la fonction de charge peut être calculée par :

$$f_{y n+1}^{trial} = \sqrt{\sigma_{n+1}^{trial} : A : \sigma_{n+1}^{trial}} - \sigma_Y \quad (IV.9)$$

Si la prédiction est bonne, i.e.  $f_{y n+1}^{trial} < 0$ , la déformation est purement élastique. Dans le cas contraire, i.e.  $f_{y n+1}^{trial} \geq 0$ , une partie de la déformation est plastique. Il est donc nécessaire de déterminer le multiplicateur scalaire  $\Delta \gamma$  à partir de l'équation non-linéaire suivante :

$$f_{y_{n+1}} = \sqrt{\sigma_{n+1} : A : \sigma_{n+1}} (\Delta\gamma) - \sigma_Y (\Delta\gamma) = 0 \quad (\text{IV.10})$$

Un algorithme de *Newton-Raphson* est alors utilisé avec :

$$f_{y_{n+1}} = f_{y_n} + \frac{df_y}{d\gamma_n} \Delta\gamma = 0 \quad (\text{IV.11})$$

$$\Delta\gamma = - \frac{f_{y_n}}{\frac{df_y}{d\gamma_n}} \quad (\text{IV.12})$$

## IV.2. Comportement élasto-plastique parfait

Ce comportement est caractérisé par une limite élastique  $\sigma_Y$  constante :

$$\frac{df_y}{d\gamma} = \frac{d}{d\gamma} (\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}) = \frac{d}{d\sigma} (\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}) : \frac{d\sigma}{d\gamma} \quad (\text{IV.13})$$

$$\frac{df_y}{d\gamma} = \frac{A : \sigma_n}{\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}} : \frac{\Delta\sigma_n}{\Delta\gamma} = \frac{A : \sigma_n}{\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}} : \frac{C : \Delta\epsilon_n^p}{\Delta\gamma} \quad (\text{IV.14})$$

$$\Delta\epsilon_n^p = \Delta\gamma \frac{df_y}{d\sigma} \quad (\text{IV.15})$$

$$\frac{df_y}{d\gamma} = \frac{A : \sigma_n}{\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}} : \frac{C : \Delta\gamma \frac{df_y}{d\sigma}}{\Delta\gamma} \quad (\text{IV.16})$$

$$\frac{df_y}{d\gamma} = \frac{A : \sigma_n}{\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}} : C : \frac{A : \sigma_n}{\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}} = \frac{6\mu \cdot \sigma_n : A : \sigma_n}{\sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}} = 6\mu \sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n} \quad (\text{IV.17})$$

Par conséquent, l'inconnue  $\Delta\gamma$  peut être déterminée par :

$$\Delta\gamma = - \frac{f_{y_n}}{6\mu \sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n}} \quad (\text{IV.18})$$

## IV.3. Comportement élasto-plastique associé

Contrairement au cas précédent, la limite élastique est, cette fois-ci, une fonction de  $\Delta\gamma$  :

$$\frac{df_y}{d\gamma} = \frac{d}{d\sigma} \left( \sqrt{\sigma_n : A : \sigma_n} \right) \cdot \frac{d\sigma}{d\gamma} + \frac{d\sigma_Y}{d\gamma} \quad (\text{IV.19})$$

Le premier terme de l'équation (IV.19) a été développé au §IV.2. Pour le second terme, on choisit une loi d'écrouissage de Johnson-Cook, cf. §4.4.2.2, [Johnson G.R. et al., 1985] dont l'expression est :

$$\sigma_Y = \left[ A_{JC} + B_{JC} \left( \bar{\varepsilon}^p \right)^{n_{JC}} \right] \left[ 1 + C_{JC} \ln \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p} \right) \right] \left[ 1 - \left( T^* \right)^{m_{JC}} \right] \quad (\text{IV.20})$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_f - T_0} \quad (\text{IV.21})$$

Où  $A_{JC}$  désigne la limite élastique initiale du matériau,  $B_{JC}$  et  $n_{JC}$  des coefficients influant sur la courbe d'écrouissage du matériau.  $C_{JC}$  traduit le comportement visqueux du matériau tandis que  $m_{JC}$  est le coefficient d'adoucissement thermique.  $\bar{\varepsilon}^p$  représente la déformation plastique cumulée,  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  le taux de déformation plastique cumulée à l'instant  $t$ ,  $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p$  le taux référentiel de la déformation plastique,  $T$  la température actuelle du matériau,  $T_0$  la température ambiante (de référence) et  $T_f$  la température de fusion du matériau.

Il est important de souligner que le choix de ce modèle d'écrouissage introduit aussi une source volumique de chaleur. Dans le calcul de l'énergie (III.4), cette source est intégrée à la dissipation de l'énergie  $\Phi$ .

L'équation (IV.20) est couplée à l'équation de température (IV.22) qui tient compte du changement de température pendant la déformation plastique. L'incrément de température, qui ne dépend que de la déformation plastique dans ce travail, peut s'exprimer de la façon suivante [Rusinek A. et al., 2008 ; Zheng Y. et al. 2006] :

$$\Delta T(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p, T_r) = \frac{\beta}{\rho C_p} \int_0^{\bar{\varepsilon}^p} \sigma_Y(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p, T) d\bar{\varepsilon}^p \quad (\text{IV.22})$$

Où  $\rho$  est la densité du matériau,  $\beta$  le coefficient de Taylor-Quinney définissant la partie de la plasticité convertie en chaleur et  $C_p$  la chaleur spécifique à pression constante.

Sachant que :

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon}_n^p = \bar{\varepsilon}_{n-1}^p + \gamma_n \Rightarrow \frac{d\bar{\varepsilon}_n^p}{d\gamma_n} = \frac{d}{d\gamma_n} (\bar{\varepsilon}_{n-1}^p + \gamma_n) = \frac{d\gamma_n}{d\gamma_n} = 1 \quad (\text{IV.23})$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{\varepsilon}_n^p = \gamma_n \Rightarrow \dot{\bar{\varepsilon}}_n^p = \frac{\gamma_n}{dt} \Rightarrow \frac{d\dot{\bar{\varepsilon}}_n^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_n^p d\gamma_n} = \frac{1}{\dot{\bar{\varepsilon}}_n^p} \frac{d}{d\gamma_n} \left( \frac{\gamma_n}{dt} \right) = \frac{1}{\dot{\bar{\varepsilon}}_n^p dt} = \frac{1}{\gamma_n} \quad (\text{IV.24})$$

La dérivée de  $\sigma_Y$  s'écrit en fonction de  $\gamma$  :

$$\frac{d\sigma_Y}{d\gamma} = \frac{d}{d\gamma} \left( \left[ A_{JC} + B_{JC} (\bar{\varepsilon}^p)^{n_{JC}} \right] \left[ 1 + C_{JC} \ln \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p} \right) \right] \left[ 1 - (T^*)^{m_{JC}} \right] \right)^p \quad (\text{IV.25})$$

$$\frac{d\sigma_Y}{d\gamma} = \left( \begin{aligned} & B_{JC} n_{JC} (\bar{\varepsilon}^p)^{n_{JC}-1} \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{d\gamma} \left[ 1 + C_{JC} \ln \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p} \right) \right] \\ & + \left[ A_{JC} + B_{JC} (\bar{\varepsilon}^p)^{n_{JC}} \right] C_{JC} \frac{d\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}^p d\gamma_n} \end{aligned} \right) \left[ 1 - (T^*)^{m_{JC}} \right] \quad (\text{IV.26})$$

$$\frac{d\sigma_Y}{d\gamma} = \left( \begin{aligned} & B_{JC} n_{JC} (\bar{\varepsilon}^p)^{n_{JC}-1} \left[ 1 + C_{JC} \ln \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p} \right) \right] \\ & + \left[ A_{JC} + B_{JC} (\bar{\varepsilon}^p)^{n_{JC}} \right] C_{JC} \frac{1}{\gamma} \end{aligned} \right) \left[ 1 - (T^*)^{m_{JC}} \right] \quad (\text{IV.27})$$

L'inconnue  $\Delta\gamma$  est enfin déterminée par les équations (IV.12), (IV.17), (IV.19) et (IV.27).

#### IV.4. Modèle de fissure de Johnson-Cook

Le problème d'impact nécessite la présence d'un modèle de fissure. Dans le cadre de cette thèse, le modèle de fissure de Johnson-Cook [Johnson G.R. et al., 1985] est considéré. Dans ce modèle, un élément atteint la rupture si son coefficient d'endommagement  $D$  est égal à un. Ce dernier dépend de la déformation plastique cumulée  $\bar{\varepsilon}^p$ , du taux de la déformation plastique cumulée  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  et de la température  $T$  :

$$D(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p, T) = \sum \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^p}{\bar{\varepsilon}_f^p} \quad (\text{IV.28})$$

Où  $\Delta \bar{\varepsilon}^p$  désigne un incrément de la déformation plastique et  $\bar{\varepsilon}_f^p$  la limite de la déformation plastique donnée par :

$$\bar{\varepsilon}_f^p = \left[ D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*) \right] \left[ 1 + D_4 \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p} \right) \right] \left[ 1 + D_5 T^* \right] \quad (\text{IV.29})$$

$$\sigma^* = \frac{1}{3\sigma_Y} \text{trace}(\sigma) \quad (\text{IV.30})$$

Où  $D_i$  sont les constantes du modèle de fissure,  $i = 1$  à 5.